

GNOMONIQUE,

OU

ART DE TRACER LES CADRANS SOLAIRES.

PAR

G. S. F. LIVET,

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, CAPITAINE DU GÉNIE, CHEVALIER
DE LA LÉGION D'HONNEUR, PROFESSEUR DE GÉODÉSIE ET DE TOPOGRAPHIE
À L'ÉCOLE D'APPLICATION DE L'ARTILLERIE ET DU GÉNIE.

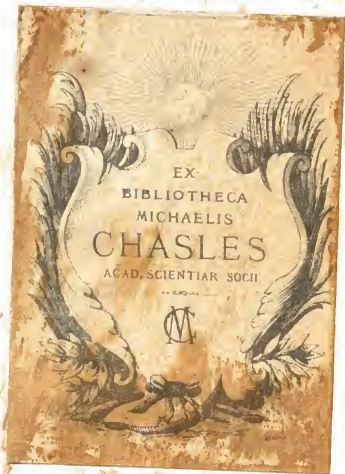
METZ.

M^{me} THIEL, LIBRAIRE-ÉDITEUR, RUE DU PALAIS, N° 2.

PARIS.

BACHELIER, quai des Augustins, 55. | CHAMEROT, quai des Augustins, 35.
CARILLAN-GOEURY, quai des Augustins, 41. | MATHIAS, quai Malaquais, 45.

1839.



GNOMONIQUE,

OU

ART DE TRACER LES CADRANS SOLAIRES.

METZ,

IMPRIMERIE DE HUMBERT, SUCCESSEUR DE M. DOSQUET.

GNOMONIQUE,

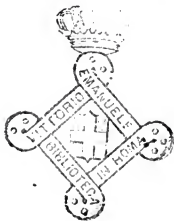
OU

ART DE TRACER LES CADRANS SOLAIRES.

PAR

C. S. F. LIVET,

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE, CAPITAINE DU GÉNIE, CHEVALIER
DE LA LÉGION D'HONNEUR, PROFESSEUR DE GÉODÉSIE ET DE TOPOGRAPHIE
À L'ÉCOLE D'APPLICATION DE L'ARTILLERIE ET DU GÉNIE.



METZ.

M^{me} THIEL, LIBRAIRE-ÉDITEUR, RUE DU PALAIS, N° 2.

PARIS.

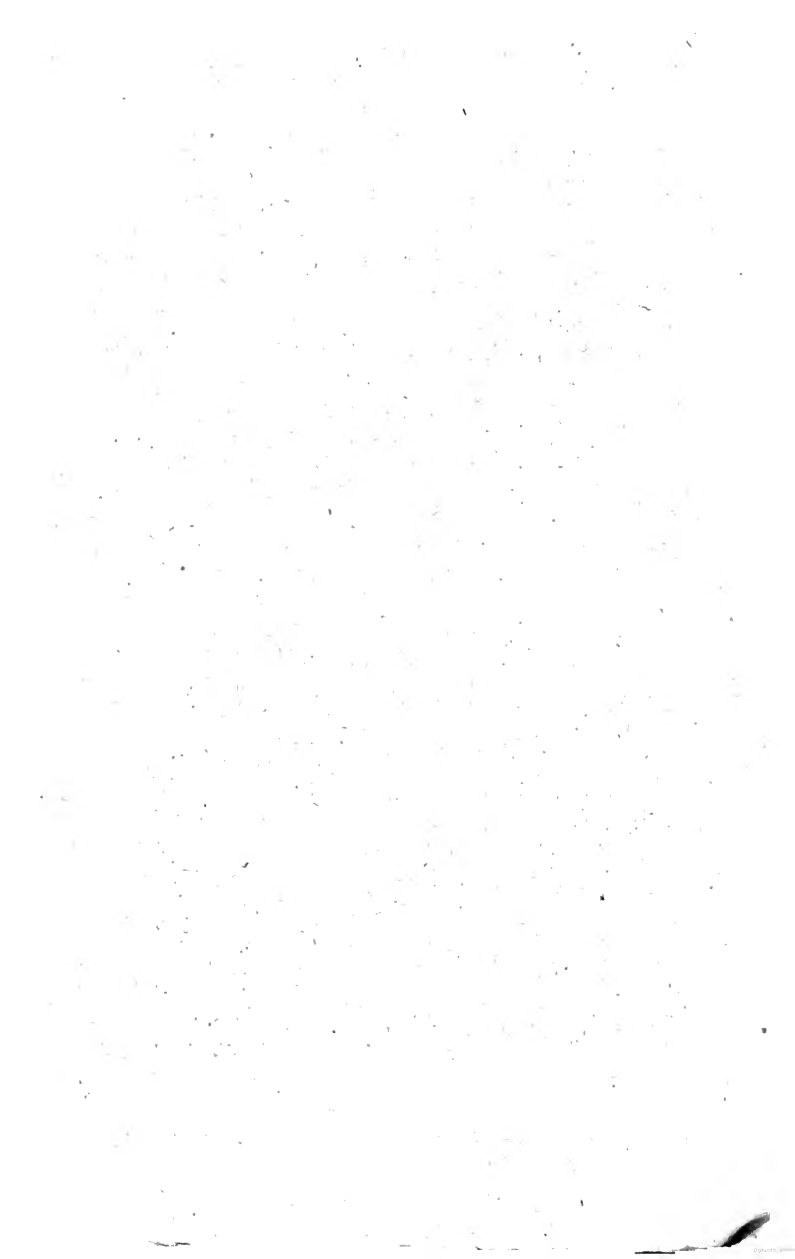
BACHELIER, quai des Augustins, 53.

CHAMEROT, quai des Augustins, 35.

CARILLAN-GOEURY, quai des Aug^{ins}, 44.

MATHIAS, quai Malaquais, 45.

1839.



NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

LE mouvement diurne ou journalier, commun à tous les astres, est celui en vertu duquel ils apparaissent à nos yeux d'un certain côté de l'horizon, s'élèvent graduellement, puis, après quelques heures, redescendent et disparaissent sous l'horizon, du côté opposé à celui de leur première apparition. Cette apparition se nomme le *lever* et la disparition le *coucher*; la partie du ciel où les astres se lèvent est le *levant*, le côté opposé est le *couchant*.

Si on dirige un rayon vers le point où un astre se lève, et un autre vers celui où il se couche, et que l'on divise l'angle de ces deux directions en deux parties égales par une droite, cette droite aura une position bien remarquable. Elle divisera aussi en deux parties égales l'angle compris entre le lever et le coucher de tout autre astre; de plus si par cette droite on élève un plan vertical, c'est précisément dans ce plan que les astres atteindront chaque jour leur plus grande hauteur sur l'horizon ou leur *culmination*; en outre, ce plan partagera la courbe décrite par chacun en deux parties précisément égales, et dont les deux moitiés seront parcourues dans le même temps. Tous ces faits pouvant être vérifiés au moyen du Soleil, il s'ensuit que, lorsque le centre du Soleil atteint

sa plus grande hauteur sur l'horizon, le même intervalle le sépare du lever et du coucher ; le milieu du jour est arrivé, il est midi, et pour cette raison le plan vertical dont nous parlons se nomme le *méridien*.

Si on observe la nuit, on ne tarde pas à reconnaître que toutes les étoiles ne disparaissent pas pour se coucher, et qu'il en est qui se meuvent perpétuellement sans jamais disparaître sous l'horizon : telle est la grande Ourse dans nos climats. Enfin l'étoile polaire connue de tout le monde, paraît immobile dans le ciel, elle est comme le centre du mouvement général, qui devient d'autant plus grand, que les astres sont plus éloignés de sa direction. Que l'on mette l'œil au centre d'un globe de verre, et qu'on marque d'heure en heure, pendant une nuit sereine, les positions successives de la polaire, de la grande Ourse, puis d'autres encore plus éloignées de la polaire, voici ce qu'on reconnaîtra, comme étant la loi du mouvement diurne :

Tous les astres décrivent des cercles parallèles dans leur mouvement journalier, autour d'un axe commun qui passe très-près de la polaire, et qu'on nomme l'*axe du monde*. Son inclinaison avec l'horizon varie dans les différents climats ; dans chaque localité elle est égale à ce qu'on nomme en géographie la *latitude du lieu*. On nomme *pôles du monde* les points où l'axe du monde, indéfiniment prolongé, irait percer la voûte étoilée. Aussi, pour nous *hauteur du pôle* ou *latitude d'un lieu* sont synonymes.

Une autre loi du mouvement diurne, c'est sa parfaite uniformité. En effet, les points que nous avons marqués d'heure en heure sur le globe transparent sont également distants sur leurs circonférences respectives. Ainsi, toute la sphère étoilée tourne, comme tout d'une pièce, autour de son axe, en parcourant les 360 degrés de la circonférence dans le même temps.

En quelque lieu de la terre qu'on se transporte, les mêmes

phénomènes se produisent ; partout on se trouve au centre et sur l'axe du monde. Les dimensions de la terre, qui nous paraissent si grandes, ne sont donc rien dans l'immensité des cieux, et nous pouvons regarder comme une réalité cette fiction d'une sphère étoilée, dont la terre est le centre. Cette considération admise, voici quelques définitions qui en découlent, et dont nous ferons un usage fréquent.

La verticale d'un lieu, prolongée indéfiniment au-dessus irait percer la voûte céleste en un point nommé *zénit* : c'est la direction même du fil à plomb. Si, par l'œil de l'observateur on mène un plan perpendiculaire à la verticale, on aura le plan de l'*horizon vrai*, qui diffère de l'*horizon sensible*, à cause des accidents du terrain. Ce plan est donné par la surface des eaux tranquilles et, dans la pratique, par le niveau de maçon, ou à bulle d'air.

Tout plan passant par l'axe du monde se nomme *méridien* : on peut en concevoir un mené par le centre de chaque astre. Il ne faut donc pas confondre ces méridiens avec le méridien du lieu qui est un plan unique et invariable pour chaque localité.

Le plan perpendiculaire à l'axe du monde, passant par un lieu quelconque, est celui de l'équateur céleste ; il partage le ciel en deux hémisphères ; l'un est l'*hémisphère boréal* et l'autre l'*hémisphère austral*. Son intersection avec la sphère, est un grand cercle que le Soleil parcourt le jour des équinoxes. Avant et après ces époques le Soleil ne se meut pas dans ce plan, il ne parcourt donc pas le même cercle chaque jour, il se déplace constamment un peu dans le ciel : c'est ce qu'on nomme son *mouvement propre*. Les lois et les circonstances de ce mouvement qu'on nomme aussi *annuel*, parce que les saisons et les années en sont la conséquence, sont consignés dans l'ouvrage qui a pour titre *connaissance des temps*. Mais nous ne supposons entre les mains de nos lecteurs que l'*Annuaire du bureau des longitudes*, bien suffisant pour l'objet qui

nous occupe. Voici sur quels éléments se fonde la connaissance du mouvement du Soleil.

On connaît juste l'instant où le centre du Soleil passe, en vertu de son mouvement propre, de l'hémisphère austral à l'hémisphère boréal : c'est l'équinoxe du printemps. Cet instant est le commencement de l'année astronomique, et c'est à partir du point de l'équateur où ce passage s'est effectué, que les astronomes évaluent ensuite le chemin que le Soleil parcourt chaque jour, en degrés, minutes et secondes. C'est ce qu'on nomme son *ascension droite* ; mesurée par l'arc de l'équateur, compris entre l'équinoxe du printemps, et le méridien passant par le point où le centre du Soleil est parvenu. En vertu du changement en ascension droite, le Soleil parcourt successivement toutes les constellations du zodiaque, il cache celles qu'il traverse, puis les laisse apparaître de nouveau quand il s'en est éloigné, et modifie par là les apparences que nous présente le ciel dans les différentes saisons.

Mais l'ascension droite ne précise pas entièrement la position du Soleil, elle fixe seulement la position du méridien céleste que le Soleil occupe ; il faut connaître en quel point de ce méridien le Soleil se trouve chaque jour. Cette distance comptée sur le méridien en degrés et fractions de degré, à partir de l'équateur, jusqu'au centre de l'astre, est ce qu'on nomme sa *déclinaison*. On la trouve dans la troisième colonne de l'annuaire ; elle est affectée d'un A ou d'un B pour indiquer qu'elle est australe ou boréale. La déclinaison, par ses variations, produit l'inégalité des jours et la diversité des saisons. Son effet est d'incliner plus ou moins la direction des rayons solaires, et par suite, elle joue un rôle important dans la gnomonique.

La connaissance de l'ascension droite et de la déclinaison du Soleil, permet de fixer sur un globe, jour par jour, le lieu du Soleil ; en réunissant les points ainsi obtenus par une courbe, on trace l'*orbite* du Soleil. On reconnaît qu'elle est

plane, et que l'angle que son plan forme avec l'équateur céleste est de $23^{\circ} 28'$: le plan de l'orbite est ce qu'on nomme l'*écliptique*, et son angle avec l'équateur est appelé *obliquité de l'écliptique*. C'est précisément la valeur de la déclinaison aux solstices. Le chemin parcouru par le Soleil dans l'écliptique, à partir de l'équinoxe, est appelé *longitude du Soleil*.

Le plan vertical mené à un instant quelconque par le centre du Soleil est appelé le *vertical de l'astre* ; l'angle compris entre ce vertical et le méridien est ce qu'on nomme l'*azimut*. Si on trace sur le plan horizontal une méridienne, l'ombre d'un fil à plomb établi dans le voisinage, viendra la couper suivant un angle qui sera précisément l'azimut du Soleil. Cet angle varie à chaque instant ; quand il est égal à 90 degrés, le Soleil est précisément dans la direction Est et Ouest, et son vertical est perpendiculaire au méridien : ce vertical particulier est appelé *premier vertical*.

Telle est la signification du petit nombre de termes que nous avons empruntés au langage astronomique. Passons à l'explication de quelques expressions empruntées à la géométrie descriptive.

Un *plan de projection* est celui auquel on rapporte la position des points, des lignes et des surfaces qui se trouvent au dehors. C'est tout simplement le papier, ou la muraille sur laquelle on dessine.

La *projection d'un point* sur un tel plan est le pied de la perpendiculaire abaissée de ce point sur le plan.

La *projection d'une droite* est déterminée par celle de deux de ses points.

La *trace d'un plan* est son intersection avec le plan de projection : c'est nécessairement une droite.

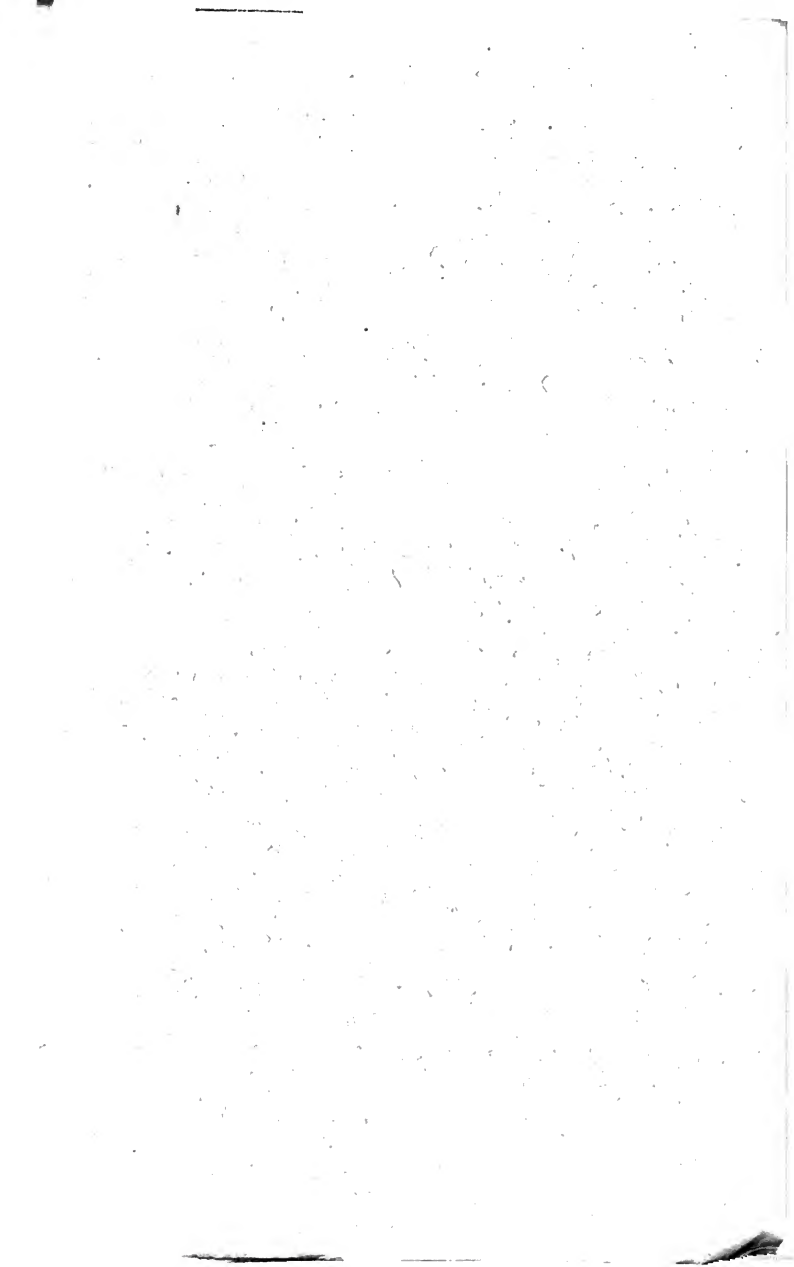
Un point est déterminé dans l'*espace* par sa projection et sa distance au plan de projection. Une droite est déterminée par deux de ses points. Enfin un plan est fixé de position

par sa trace et un de ses points ; ou par l'angle qu'il forme avec le plan de projection.

Les distances et les angles sont en général dénaturés par la projection, qui n'en donne pas les vraies grandeurs. Ainsi une droite est toujours plus longue que sa projection, un angle est tantôt moindre tantôt plus grand, à moins que l'angle et la droite ne soient parallèles au plan de projection. Pour obtenir ces objets en vraie grandeur, il faut les faire tourner avec le plan qui les contient jusqu'à les appliquer sur le plan de projection : c'est ce qu'on nomme *rabattre*, ou effectuer un *rabattement*. Nous n'insisterons pas sur cette opération dont on verra la mise en œuvre dans plusieurs constructions.

N. B. Pour l'évaluation des angles la circonférence est divisée en 360 parties ou degrés, le degré en 60 minutes, et la minute en 60 secondes. La notation abrégée qui exprime ces différentes parties est celle-ci : par exemple $12^{\circ} - 49' - 45''$ veut dire 12 degrés, 49 minutes et 49 secondes. L'heure étant aussi divisée en 60 minutes, et la minute en 60 secondes, pour éviter la confusion, nous avons employé pour les parties du temps une notation différente. Les lettres h, m, s, signifient heures, minutes et secondes de temps.





GNOMONIQUE,

OU

ART DE TRACER LES CADRANS SOLAIRES.

CHAPITRE I^{er}.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

1. Le mouvement de rotation de la Terre sur son axe produit les jours, et son mouvement de translation autour du Soleil produit les années. La combinaison de ces deux mouvements donne lieu aux divers aspects sous lesquels les astres se présentent à nous, et notamment le Soleil, qui, s'élevant dans les différentes saisons, plus ou moins sur notre horizon, produit des jours d'une durée inégale, et éclaire les corps sous des directions variables. Il faudrait, en toute rigueur, se baser sur ces mouvements réels, pour arriver aux conséquences pratiques. Mais en gnomonique, comme dans les usages ordinaires de l'astronomie, la réalité des mouvements célestes est moins commode à envisager que leurs apparences, et c'est à celles-ci que nous nous en tiendrons dans ce qui va suivre.

Ainsi, dans toutes les considérations qui exigent une démonstration, nous supposerons la Terre immobile, et nous attribuerons au Soleil, comme mouvements réels, ceux dont il paraît doué par l'effet de nos illusions. En nous tenant ainsi au point de vue le plus facile et le plus général, nous emploierons, dans la plus simple des applications de l'astronomie, les seules notions que chacun peut acquérir par sa propre expérience.

2. Le Soleil se meut en 24 heures autour de l'axe du monde, et le temps écoulé entre deux retours consécutifs

au même méridien, constitue un jour solaire. Nous savons en outre que ce mouvement est uniforme, c'est-à-dire, qu'en une heure le Soleil parcourt la 24^{e} partie de son cercle diurne; en 2 heures, $\frac{2}{24}$; en 5 heures, $\frac{5}{24}$; ainsi de suite. Ou, si nous évaluons sa vitesse en degrés, nous trouvons qu'à raison de 360° en 24 heures, le *mouvement horaire* du soleil est de 15° par heure.

3. L'axe du mouvement diurne passe par le centre de la Terre, et c'est autour de cet axe que se produit la régularité du mouvement horaire. Hors de l'axe, il ne paraît pas que cette régularité puisse subsister encore. Mais, à cause des faibles dimensions de la Terre comparée à la distance qui nous sépare du Soleil, on peut concevoir que l'axe de rotation se transporte parallèlement à lui-même en un point quelconque du globe, et admettre que le mouvement diurne s'exécute autour de l'axe ainsi déplacé.

Cette supposition n'introduira aucune erreur sensible dans les résultats, et la faible excentricité du nouvel axe n'empêcherait pas tous les phénomènes de se produire, comme s'il était en réalité l'axe de la rotation céleste. Pour s'en convaincre, il suffit de rappeler que la distance qui nous sépare du Soleil, est plus de 25000 fois le rayon de la Terre, et de chercher à se rendre compte des faits par une figure. Or, on voit que, d'après ces données, l'erreur d'excentricité maximum serait représentée par une circonférence de $2^{\text{m}},50$ de rayon, dont le centre serait déplacé de $\frac{1}{10}$ de millimètre, quantité entièrement insensible. Ce déplacement représenterait en petit celui qui aurait lieu pour nous, si l'axe de rotation terrestre se transportait parallèlement des pôles à l'équateur. La question ainsi posée ne fait plus de difficulté, car il n'est pas d'opération graphique qui n'entraîne des erreurs plus sensibles. Nous en concluons que dans la Gnomonique, qui se réduit aussi à des constructions graphiques, cette excentricité est tout-à-fait insensible, et nous admettrons que si, *en un lieu quelconque, on mène une parallèle à l'axe du monde, cette parallèle peut être considérée comme étant elle-même l'axe de rotation de la sphère céleste.*

4. Cela posé, si dans le sol, un mur, ou un massif de forme quelconque, on implante fixément une verge rectiligne, dirigée parallèlement à l'axe de la Terre, cette verge figurera l'axe de rotation, et sera ce qu'en gnomonique on nomme *le style* : sur sa direction prolongée se trouveront les pôles du monde. Le plan vertical passant par le style, sera le méridien, dont l'intersection avec la surface du massif où le style est fixé, est *la méridienne*. Il sera midi ou minuit, quand le centre du Soleil se trouvera dans ce plan méridien, ou quand il sera compris dans le plan passant par la méridienne et le style. Si par le style et le centre du Soleil, on imagine un plan, ce plan, contenant à la fois le Soleil et les pôles du monde, sera le plan horaire de l'astre. L'angle de ce plan avec le méridien, qu'on nomme *angle horaire*, croîtra ou décroîtra uniformément de 15° par heure, et constituera lui-même l'heure vraie ; puisque cet angle, divisé par 15, donnerait en temps, l'intervalle qui sépare le Soleil de l'instant de midi. Ainsi, à des angles horaires de 15° , 30° , 45° de chaque côté du méridien, correspondront 11, 10, 9 heures du matin, et 1, 2, 3 heures après midi. Et si nous concevons, à partir du méridien, 12 plans horaires, successivement inclinés de 15° , et prolongés de part et d'autre de l'axe, ces plans correspondront à toutes les heures entières du jour, et contiendront le centre du Soleil à chacune de ces heures. Il va sans dire que, si chacun de ces angles horaires est partagé en deux parties égales par un nouveau plan, le système complet de ces 24 plans horaires, indiquerait de demi-heure en demi-heure, et d'un midi à l'autre, la position occupée par le centre du Soleil.

5. Rien n'empêcherait de construire en réalité le système de tous ces plans, et de l'employer à la mesure de l'heure. Mais il vient de suite à l'esprit un moyen de simplifier cette construction, en substituant à ces plans, les éléments qui suffisent à en déterminer la position. Un seul point de chacun d'eux combiné avec leur intersection commune, que représente notre tige, fixera la position de tous ces plans

qui seraient encore plus sensibles aux yeux, si on traçait sur les corps environnants, leurs intersections avec les divers plans horaires. Ce sont ces intersections que nous nommerons désormais *lignes horaires* : elles portent le numéro des heures du jour correspondantes. La surface sur laquelle elles sont tracées, est celle du *cadran* ; et le système complet de cette surface, des lignes horaires et du style, constitue un *cadran solaire*.

6. De la modification ainsi introduite dans l'appareil, résulte un moyen fort simple de connaître dans quel plan horaire se trouve le Soleil, quand cet astre vient à le frapper de ses rayons. En effet, l'ombre du style sur le cadran, sera précisément alors dans le plan horaire du Soleil, et la position de cette ombre, comparée aux lignes horaires, donnera l'heure.

7. Avant de passer outre, il est bon de faire encore une remarque, qui d'ailleurs se déduit de ce qui précède. Les lignes horaires ne sont pas seulement celles qui indiquent les heures entières, telles que 9 ou 10 heures; on peut les tracer de demi-heure en demi-heure, ou de quart-d'heure en quart-d'heure. Il suffit, pour cela, de déterminer l'intersection du cadran par des plans horaires inclinés de $7^{\circ} 30'$, ou $3^{\circ} 45'$, successivement et à partir du méridien, qui n'est autre que le premier des plans horaires. On pourrait, au besoin, les tracer de 5 en 5', sans plus de difficulté. Nous remarquerons en outre que, jusqu'à présent, nous n'avons rien particularisé quant à la nature et à la position de la surface du cadran; et que par suite, ce que nous avons dit s'applique à tous les cadrans solaires; quelle que soit leur forme et leur exposition. Occupons-nous maintenant en détail de la construction des différents cadrans.

CHAPITRE II.

TRACÉ DES DIFFÉRENTS CADRANS EN USAGE.

Cadran équinoxial.

8. Le *cadran équinoxial* ou *équatorial* est celui que l'on trace sur un plan perpendiculaire au style, ou à l'axe du monde. Dans ce cas, l'ombre du style sur le cadran se meut d'une manière uniforme ; parce que le cadran, étant perpendiculaire à tous les plans horaires, le déplacement de l'ombre mesure précisément l'angle parcouru par le plan horaire du Soleil. Le tracé résulte de là d'une manière évidente.

9. Je suppose le style posé dans la direction de l'axe du monde, et le cadran perpendiculaire à celui-ci (Fig. 1), en me réservant de dire plus loin comment, dans la pratique, on procède à cette opération.

Par le style ST on mène un plan vertical, dont la trace SM sur le cadran est la méridienne, ou la marque du n° 12 : c'est la ligne du midi. La perpendiculaire à celle-ci OE, marquée d'un 6 à ses deux extrémités, est en effet la direction de l'ombre à 6 heures du matin et du soir. La surface du cadran sera ainsi partagée en 4 angles droits, dont chacun subdivisé en 6, puis en 12 parties égales, donnera toutes les lignes horaires du jour, de demi-heure en demi-heure.

Ce cadran ainsi fait, sera d'une simplicité et d'une régularité parfaites. On pourra le tracer à part sur une pierre ou une ardoise ; puis y implanter normalement le style fait d'une verge de fer de 1 à 2 lignes de diamètre. Il ne restera plus qu'à le poser dans le lieu où il doit demeurer, de telle manière que le style soit dirigé suivant l'axe du monde, et la méridienne du cadran, dans un plan vertical passant par le style.

10. Cependant le cadran ainsi construit et posé n'indiquera les heures que pendant six mois de l'année ; les six autres mois, sa face supérieure sera plongée dans l'ombre. En effet, pendant l'intervalle qui s'écoule entre l'équinoxe du printemps et l'équinoxe d'automne, les rayons solaires forment avec l'axe du monde, ou le style, un angle complémentaire de la déclinaison, par conséquent aigu. Donc, ces rayons éclaireront pendant tout ce temps la surface supérieure du cadran, sous un angle précisément égal à la déclinaison. Le jour de l'équinoxe, la déclinaison est nulle ; les rayons solaires forment un angle droit avec le style du cadran, donc ils seront parallèles à son plan, et n'y projeteront ni ombre ni lumière. Ce jour-là, le Soleil se meut dans le plan même de l'équateur, qui coïncide avec celui du cadran ; et c'est pour cette raison qu'on l'a nommé *Cadran équinoxial*. Enfin, quand la déclinaison du Soleil devient australe, le cadran porte à son tour ombre sur le style. Mais si celui-ci traverse de part en part le cadran, dont le dessous ait été dressé parallèlement à la face supérieure, sa face inférieure sera à son tour éclairée par le Soleil, quand la supérieure aura cessé de l'être ; le style prolongé viendra y porter ombre ; et si les lignes horaires y ont été tracées comme sur le dessus, ce cadran inférieur fera connaître l'heure aussi bien que le premier. Ainsi l'une des faces servira six mois de l'année, et la face opposée les six autres mois. Seulement, deux fois par an, à l'équinoxe, aucune des deux faces ne sera éclairée, ce qui d'ailleurs permettra de juger si le cadran est bien orienté, et même de le poser au besoin. Ce double cadran se nomme *Cadran équinoxial à deux faces*.

11. On pourrait, sur ce principe, construire un cadran équinoxial d'une forme différente, dans lequel l'heure ne serait plus donnée par les faces, mais par la tranche du cadran.

A cet effet, dressons la pierre dans le sens de l'épaisseur, et donnons-lui la forme d'un cylindre droit à base circulaire (à peu près la forme d'une meule à repasser). L'axe ST est toujours dirigé suivant l'axe du monde. Autour de cet axe est mobile une pièce rectangulaire SST'T', qui figure un

plan horaire ; un indicateur ID parcourt la surface du cylindre, où sont tracées des divisions horaires, se raccordant avec les lignes horaires qu'on peut supposer tracées sur l'une des faces du cadran.

On voit de suite que, pour connaître le plan horaire du Soleil, il faut faire mouvoir la pièce mobile jusqu'à ce que l'ombre de S''T' tombe sur l'indicateur, qui marque alors sur le cylindre l'heure qu'il est. Cet appareil très simple a, sur le cadran équinoxial ordinaire, l'avantage de marquer l'heure tous les jours de l'année, même à l'équinoxe ; mais il ne paraît pas que l'on doive en conseiller l'emploi, à cause des dérangements auxquels la pièce mobile doit être sujette, par le temps et les vicissitudes atmosphériques.

Le monument solaire de M. Laperelle, qui offre la réunion de vingt-cinq cadrans de toute espèce, est surmonté par un appareil de cette nature. Mais son auteur lui a donné la forme d'une sphère qui est d'un aspect plus élégant.

12. Le cadran équinoxial ne se recommande pas seulement par la simplicité de sa construction et sa régularité, mais encore parce qu'il met en évidence toutes les circonstances du mouvement du Soleil, et qu'il renferme pour ainsi dire en lui seul, toute la gnomonique. Avec son moyen, ou par des considérations tirées de son tracé, on peut à l'instant construire un cadran sur une surface quelconque. En effet, il suffit pour cet objet de concevoir qu'en un des points du style soit posé un cadran équinoxial ; les plans horaires de celui-ci, prolongés jusqu'à leur rencontre avec le nouveau cadran, y détermineront des intersections, qui ne seront autres que les lignes horaires de ce dernier. Et quand l'ombre du style se couchera sur une des divisions de l'équinoxial, elle sera également dirigée suivant la ligne horaire correspondante du nouveau cadran, qui par suite, marquera les heures aussi bien que le premier.

13. Les lignes horaires de l'un et de l'autre se trouvant dans le même plan, il en résulte un moyen simple de les tracer. Le point où chaque ligne horaire de l'équinoxial va

percer la surface du nouveau cadran, appartient à la ligne horaire correspondante. D'ailleurs, le point où le style va percer la surface, et qu'on nomme *centre du cadran*, est commun à toutes les lignes horaires; et pour les tracer, par ces deux points et le style, on fera passer des plans. Si la surface du cadran est plane, il suffira de joindre ces deux points par une droite; et, dans tout autre cas, on déterminerait par points les lignes horaires, qui toujours sont des courbes planes.

Cadran horizontal.

14. Dans le *cadran horizontal* (Pl. II, Fig. 1), l'angle $S'CE''$ du style $C'S'$ avec le cadran, est précisément la latitude du lieu. Nous savons déjà que, pour tracer la méridienne, il faut du sommet S' du style, mener une perpendiculaire au plan du cadran, et joindre son pied S au centre C du cadran. Il reste à mener les lignes horaires.

Concevons qu'au point S , soit placé le centre d'un cadran équinoxial $S'E''$, dont la trace sur le cadran sera OE , en projection horizontale, et rabattons-le autour de cette droite, sur le plan du cadran. Dans ce mouvement, les points où les lignes horaires vont percer le cadran horizontal ne changeront pas de place. Le point S' , centre de l'équinoxial, viendra se rabattre en S'' , à une distance $E'S'' = S'E''$. Si on construit maintenant les lignes horaires de celui-ci, et qu'on les prolonge jusqu'à leur rencontre avec OE , on obtiendra des points appartenant aux lignes horaires cherchées. Ces points réunis par des droites au centre C du cadran horizontal, donneront les lignes horaires de celui-ci.

15. Le point S' , extrémité du style, celui où nous avons placé le centre du cadran équinoxial, se nomme aussi *sommet du style*. Le pied S de la perpendiculaire abaissée du sommet du style sur le cadran, se nomme *pied perpendiculaire du style*, ou simplement *pied du style*. La trace OE de l'équinoxial ou de l'équateur sur le cadran est nommée *ligne équinoxiale du cadran*: c'est la ligne que parcourt l'ombre de

l'extrémité du style, le jour de l'équinoxe. Ces dénominations sont générales, elles s'appliquent à tous les cadrans, quelle que soit d'ailleurs leur exposition.

16. Dans la figure, les lignes horaires de 7 et 8 heures du matin et de 4 et 5 heures du soir, rencontrent la ligne équinoxiale hors de limites du cadran, ce qui ne permet pas de les construire immédiatement. Mais on peut éluder la difficulté de plusieurs manières, soit par une construction graphique, soit par le calcul(*).

17. La construction graphique est applicable à tous les cadrans. C'est la solution de ce problème général.

Problème: Les lignes horaires d'un cadran étant tracées pour un quart du jour, en déduire toutes les autres.

Soient connues, par exemple, les lignes horaires comprises entre IX heures du matin et III heures après midi, celles que l'on obtient le plus exactement dans un cadran horizontal.

1^{re} Solution: Par le point a de la ligne de IX heures, je mène une parallèle à celle de III heures, et à partir de ce point, je porte les distances ab' et ac' égales à ab et ac , je dis que les points a' et b' appartiennent aux lignes horaires cherchées de VIII et VII heures du matin.

En effet, le plan horaire de III heures étant perpendiculaire à celui de IX heures, tout plan parallèle au premier sera aussi perpendiculaire au second, et viendra le couper suivant une parallèle à l'axe du monde. Ce plan auxiliaire coupera aussi tous les autres plans horaires suivant des parallèles à l'axe du monde. Mais les plans horaires de VIII et X heures, étant également inclinés et distants du plan de IX heures. Les intersections du plan auxiliaire avec les trois plans de VIII, IX et X heures, qui sont trois droites parallèles à l'axe du monde, seront équidistantes; et les points où ces trois droites viendront percer un même plan, seront

(*) Comme nous nous sommes proposé de ne traiter les questions que d'une manière graphique, nous ne parlerons pas du calcul des angles que forment les lignes horaires avec la méridienne.

aussi trois points équidistants. Or, la droite *abc* n'est autre chose que la trace, sur le cadran, d'un plan parallèle au plan horaire de III heures; donc les points, *b* et *b'* doivent être à égale distance du point *a*.

18. Les conditions de tracé du cadran horizontal dépendent uniquement de la latitude du lieu, qui n'est autre chose que l'angle compris entre le style et le cadran. Cet angle ne variant pas, les divisions horaires ne changeraient pas non plus; d'où résulte qu'un pareil cadran peut être transporté dans une localité dont la latitude serait différente, et qu'il peut y être employé avec le même avantage, pourvu que le style y soit encore dirigé suivant l'axe du monde. Mais alors le plan du cadran ne sera plus horizontal, et il s'inclinera avec l'horizon, d'une quantité précisément égale à la différence des deux latitudes. Ainsi le plan d'un cadran horizontal, construit pour la latitude de Paris, qui est de $48^{\circ} 50'$, transporté par une latitude de 45° , y serait incliné avec l'horizon de $5^{\circ} 50'$, en plongeant vers le nord.

19. Il est bon de remarquer en passant que, dans le cas que nous considérons, la ligne horaire de 6 heures du matin à 6 heures du soir, est perpendiculaire à la méridienne; et que, dans tous les cadrans plans, quelle que soit leur exposition, les lignes horaires, séparées par une intervalle de 12 heures, telles que 5 heures du matin et 5 heures du soir, sont dans le prolongement l'une de l'autre. De sorte que le cadran horizontal est symétrique dans son tracé, non-seulement par rapport à la méridienne, mais encore des deux côtés de la ligne de 6 heures. Toutefois, dans celui-ci comme dans tous les cadrans, on a jugé superflu de tracer les lignes horaires, pour les heures où le Soleil n'en éclaire pas la surface; et l'on devra s'en dispenser toujours dans les constructions de ce genre.

20. Nous dirons plus loin le moyen d'obtenir les éléments nécessaires à la construction des cadrans solaires et à leur mise en place. Cependant la pose du cadran horizontal est

trop simple, pour que nous ne donnions pas de suite un moyen de l'opérer. En effet, avec le secours d'une montre bien réglée sur un cadran déjà éprouvé; il suffit d'attendre que l'ombre du style tombe sur la division horaire correspondante à l'heure de la montre, et de tourner tout l'appareil jusqu'à ce que cette coïncidence ait lieu, sans déranger l'horizontalité de la surface. De cette façon, en quelques minutes, l'opération se trouvera faite.

24. Dans la figure, le style n'est pas une simple tige métallique; c'est, pour plus de solidité, une plaque de forme triangulaire scellée dans le corps du cadran. L'heure est alors indiquée par l'ombre de l'arête supérieure de cette pièce, à laquelle nous avons conservé le nom de style dans ce qui précède.

On reconnaît à l'instant que l'arête SC du style peut être réduite dans sa longueur, comme si, par exemple, la plaque projetant l'ombre avait la forme AS à S' (Fig. 16). On pourrait même réduire ce style à son extrémité S, à laquelle on substituerait une petite sphère de métal, supportée par une tige SS (Fig. 17). L'ombre de ce point S, portée sur une des lignes horaires, ferait connaître l'heure, aussi bien que tout le style SC. Enfin, à cet appareil, on substitue quelquefois un disque métallique S, percé d'un petit trou circulaire, placé précisément à l'extrémité du style SC (Fig. 18). L'heure est indiquée dans ce cas par le rayon solaire qui, passant par cette petite ouverture, vient projeter sur le cadran une petite ellipse lumineuse, dont le centre, joint au centre de l'ouverture, donne la direction du Soleil. Ce moyen est préférable à la disposition de la figure 5, parce que l'ellipse lumineuse produite par le style (Fig. 18), tranche mieux sur le noir des lignes horaires que ne le fait l'ombre du style (Fig. 17); et qu'il est plus facile de saisir l'instant précis où le contour de l'ellipse est partagé en deux, par un des traits du cadran.

Au reste, dans ces deux cas, et quelle que soit la forme de la pièce gnomonique, on conserve le nom de *style* ou d'*axe du style*, à la direction SC de l'axe du monde, passant par le point projetant S.

22. Le cadran horizontal est fréquemment employé dans les jardins ou les parcs, et dans les camps. Mais l'on peut s'étonner qu'à raison de son extrême simplicité, il ne soit pas d'un usage encore plus répandu. Les figures 4, 5, 6, paraissent satisfaire aux différents degrés d'élégance que l'on voudrait donner à ces monuments. Quant à la figure 5, elle représente un obélisque surmonté d'une boule formant style : ce genre de gnomon était employé dans l'antiquité.

Cadran vertical.

23. Tous les cadrans horizontaux, construits pour une localité, sont des figures semblables ; mais il n'en est pas de même des cadrans verticaux, qui dépendent de leur exposition ou de l'angle qu'ils forment avec la méridienne. Celui-ci peut varier depuis zéro jusqu'à 360° . Si le plan du cadran coïncide avec le méridien même, il n'indiquera l'heure que pendant une moitié du jour ; l'autre moitié, il sera dans l'ombre. On le nomme *cadran oriental* ou *occidental*, selon qu'il regarde l'orient ou l'occident. Si le plan du cadran coïncide avec la direction Est et Ouest, il prend le nom de *cadran méridional* ou *septentrional*, selon qu'il regarde au Midi ou au Nord. Enfin, dans toute autre direction, on le dit *cadran déclinant*. Sa *déclinaison* se mesure par l'angle qu'il fait avec la direction Est et Ouest, qui n'est autre que le complément à 90° de celui qu'il forme avec le méridien. On dit qu'il *décline* à l'Est ou à l'Ouest, selon qu'il regarde l'un de ces deux points cardinaux ; et qu'il est *sans déclinaison*, quand il est précisément situé dans cette direction.

24. Le tracé du cadran sans déclinaison offre une entière analogie avec celui du cadran horizontal ; il s'obtient par une construction semblable, et n'en diffère qu'en ce que l'angle du style avec le cadran est ici le complément de la latitude, tandis qu'il était égal à la latitude dans l'autre cas. Aussi, pour le lieu dont la latitude est 45° , le cadran horizontal est identique au cadran vertical. Partout ailleurs, un cadran vertical a le même tracé que le cadran horizontal d'une autre

localité, dont la latitude serait le complément de celle du premier. Cette considération permettrait de tracer à l'instant le cadran vertical d'une localité quelconque, en se fondant sur le tracé déjà connu des cadrans horizontaux ; mais il est préférable de les tracer sans cet intermédiaire, et avec celui de l'équinoxial. Nous n'insisterons pas davantage sur ce tracé, parce qu'il résulte, comme cas particulier, de celui des cadrans déclinants, que nous allons expliquer.

Nous supposerons connues la latitude du lieu et la déclinaison du mur (nous dirons plus loin comment on se procure ces deux éléments). Et nous allons nous proposer, comme exemple, de tracer un cadran solaire sur un mur déclinant à l'Est de $27^{\circ} 30'$, dans un lieu dont la latitude est $49^{\circ} 7'$.

25. (Pl. V.) Soit S, la projection du style sur le plan du cadran, que l'on prend toujours pour plan de projection, et sur lequel on peut immédiatement exécuter toutes les constructions que nous faisons sur le papier. Menons la verticale indéfinie SD, et l'horizontale SS'; portons une distance SD, égale à la hauteur du style, ou à sa distance au cadran, et formons l'angle SDM égal à $27^{\circ} 30'$, déclinaison du mur ; je dis que le point de rencontre M appartient à la méridienne, et que la verticale CM (XII), menée par ce point, est la méridienne.

En effet, si par le sommet du style, dans l'espace, on conçoit mené un plan horizontal, il coupera le plan du méridien, le cadran et le plan normal à celui-ci, suivant un triangle qui, rabattu autour de l'horizontale SS', n'est autre que SDM. Dans le rabattement, le point M de la charnière n'ayant pas bougé, nous donne un point du plan méridien, et par suite la méridienne elle-même. De plus, le côté DM est la distance du sommet du style à la méridienne du cadran.

26. Maintenant, cherchons sur la méridienne le centre du cadran : c'est le point où celle-ci est traversée par l'axe du style, qui forme avec l'horizon un angle égal à la latitude.

Rabattons le style autour de la méridienne comme charnière, son sommet vient en S', à une distance MS', égale à DM. Formons avec le rapporteur l'angle MS'C', égal à

49° 7' ; le point C est le centre du cadran, ou le point de concours de toutes les lignes horaires.

27. Joignons CS, qui est évidemment la soustylaie. Maintenant, imaginons, comme à l'ordinaire, un cadran équinoxial posé de manière que son centre soit à l'extrémité du style, et rabattons-le autour de la soustylaie. Le sommet du style vient sur une perpendiculaire SS'' à CS, à une distance SS'' égale à la hauteur du style. Quant à la longueur du style lui-même, c'est CS', égale à CS'', précédemment obtenu. Menons S''E perpendiculaire à CS'', et le point E, produit par la rencontre de cette droite avec la soustylaie, appartient à l'équinoxiale. Élevons enfin E ⊥ perpendiculaire à la soustylaie, cette droite sera l'équinoxiale du cadran, ou la trace du cadran équinoxial sur notre cadran vertical.

28. Rabattons enfin le cadran équinoxial autour de sa trace $\gamma \perp$, son centre viendra tomber sur la soustylaie en S''', à une distance ES''' égale à ES''. Maintenant, avec un rayon arbitraire S'''12, traçons une circonférence de cercle; elle nous représentera le rabattement du cadran équinoxial, et joignant S'''A, nous en aurons la méridienne.

Pour avoir les autres lignes horaires de l'équinoxial, il faut en subdiviser la circonférence en 24 parties égales, ou chaque quart en six. Ces différents rayons, prolongés jusqu'à l'équinoxiale $\gamma \perp$ du cadran, y détermineront des points 7, 8, 9, etc., qui, réunis au centre du cadran C par des droites, compléteront le tracé des lignes horaires. En effet, il est bien évident qu'en redressant le cadran équinoxial dans sa vraie position, autour de la charnière $\gamma \perp$, les points 7, 8, 9, etc., appartenant à celle-ci, ne bougeront pas, et qu'ils fixeront ainsi la position des divers plans horaires.

29. Les lignes horaires de la figure s'arrêtent à des courbes dont nous allons parler en détail; mais sans anticiper, nous pouvons déjà dire que ce sont les limites extrêmes de l'intervalle, on pourra se projeter l'ombre du sommet du style, aux différentes époques de l'année. Les deux courbes $\propto$ et

66, sont en effet la trace que parcourrait l'ombre du point S, aux deux solstices, si cette ombre avait la propriété de laisser une marque sur son passage : par conséquent, l'espace compris entre ces deux courbes, sera sillonné par l'ombre du style à toutes les heures et en toutes saisons, à l'exclusion de toute la superficie extérieure aux courbes, où, par suite, il était superflu de prolonger le tracé.

Nous ne répéterons d'ailleurs pas ce que nous avons dit au n° 18, pour déduire les lignes horaires inconnues de 7 autres connues.

CHAPITRE III.

COURBES D'OMBRE OU DE DÉCLINAISON, ARCS DES SIGNES DU ZODIAQUE.

50. Jusqu'à présent, nous n'avons eu égard qu'à la direction des lignes d'ombre, qui suffit pour la connaissance de l'heure, et nous ne nous sommes pas occupés de leurs longueurs, non plus que de la courbe décrite chaque jour par l'extrémité de l'ombre d'un style. Cependant, cette détermination, aussi facile que le tracé des lignes horaires, n'est ni sans intérêt ni sans utilité. Avec son moyen, on reconnaît à quelle heure, dans les différentes saisons, le Soleil éclairera le cadran et y projetera l'heure; on peut, en outre, indiquer sur le cadran l'instant de midi, tel que le donnerait une pendule parfaitement réglée sur le temps moyen.

51. Si du centre du Soleil on conçoit une droite menée à l'extrémité du style, on aura la direction du rayon lumineux qui l'éclaire; cette direction prolongée jusqu'au cadran, y projetera l'ombre de ce point. Le lieu des positions successives de ces rayons lumineux et du rayon d'ombre qui en est le prolongement, déterminera dans l'espace deux cônes égaux et opposés par leur sommet, placé à l'extrémité du style. Si l'angle du rayon lumineux avec l'axe du style demeure

constant, pendant la durée d'un jour, il décrira dans l'espace un cône droit à base circulaire, et la ligne d'ombre projetée sur un plan sera une section conique. Si l'angle de la génératrice du cône avec la directrice varie, la courbe d'ombre sera d'un ordre différent. Or, nous savons que cet angle dépend de la déclinaison du Soleil, qui varie sans cesse d'un solstice à l'autre; nous pouvons donc en conclure, qu'en toute rigueur, le lieu des ombres d'un point sur un plan, n'est pas une courbe du second degré.

52. Cependant, lorsque le Soleil avoisine le solstice, sa déclinaison varie d'une manière imperceptible pendant plusieurs jours; la construction graphique la plus minutieuse ne permettrait pas d'y apercevoir le moindre changement: aussi l'on peut admettre, qu'à cette époque, le Soleil décrit dans l'espace, autour du style, un cône droit à base circulaire. Mais ensuite le Soleil se rapproche de l'équateur d'un mouvement accéléré; et enfin, à l'équinoxe, le changement en déclinaison s'élève jusqu'à $23^{\circ} 45''$, en 24 heures. Cependant, si l'on remarque que les cadrans n'indiquent l'heure en général que pendant 5 à 6 heures, la variation en déclinaison ne sera proportionnellement que de 5 à 6 minutes, qui est la limite des angles appréciables dans une construction graphique. Si en outre, on suppose, avant et après midi, la déclinaison constante et égale à celle de midi, on aura encore subdivisé en deux une erreur déjà inappréciable. Nous pouvons donc conclure de là, qu'à l'équinoxe et *à fortiori* pendant toute l'année, on doit, en gnomonique, considérer le Soleil comme décrivant dans le ciel un cône droit à base circulaire, autour de l'axe du style; et que l'intersection de ce cône par la surface d'un cadran plan, est une section conique. A l'équinoxe, ce cône se confond avec le plan même de l'équateur céleste; et sa trace, sur un plan quelconque, nommée *équinoxiale*, est une ligne droite. Ces courbes d'ombre se déterminent d'après la valeur de la déclinaison pour l'instant de midi, et comme, toutes circonstances égales d'ailleurs, elles ne dépendent que de cet élément, quelques auteurs les ont nommées *courbes de déclinaison*.

53. On a subdivisé les 360 degrés de l'écliptique que le Soleil parcourt dans une année, en douze parties, de 30 chacune, auxquelles on a donné le nom de signes : on les nommait, dans l'antiquité, les douze maisons du Soleil. Il est facile, avec la connaissance des temps, de déterminer à quel instant le Soleil entre dans chacun de ces signes, et de connaître par suite la déclinaison de l'astre à cet instant. Il suffit même de calculer, par une simple proportion, la déclinaison pour l'instant où la longitude du Soleil est de 30°, 60°, 90°, 120°, etc. Avec cet élément, on peut tracer sur le cadran, la courbe de déclinaison correspondante à l'entrée du Soleil dans chacun des signes. Ce sont même les seules que l'on y trace généralement. On les nomme *courbes des signes du Zodiaque*.

54. Il ne faut pas confondre ces signes avec les constellations de même nom dans le ciel. A l'époque où ces signes furent imaginés, les uns et les autres coïncidaient ; et quand le Soleil entrait dans un des signes, il était également dans la constellation que ce signe représente. Mais, par suite de la précession des équinoxes, le point équinoxial du printemps qui tombait autrefois dans le Bélier, en rétrogradant chaque année de 50" environ, est parvenu, à l'époque actuelle, dans la constellation des Poissons. Mais nonobstant ce déplacement, on conserve la désignation du Bélier au premier signe que le Soleil parcourt à dater de l'équinoxe du printemps, et tous les autres viennent ensuite dans l'ordre accoutumé, qui n'est autre que celui des constellations elles-mêmes. Cet ordre est conservé dans les deux vers suivants faciles à retenir :

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Capri, Amphora, Pisces.
Voici la forme qu'on donne à ces signes :

♈ Le Bélier.

♉ Le Taureau.

♊ Les Gémeaux.

♋ Le Cancer.

- ♌ Le Lion.
- ♍ La Vierge.
- ♎ La Balance.
- ♏ Le Scorpion.
- ♐ Le Sagittaire.
- ♑ Le Capricorne.
- ♒ Le Verseau.
- ♓ Les Poissons.

Trigone des Signes.

55. Concevons, tracées sur un plan, deux droites perpendiculaires l'une à l'autre; l'une pourra représenter l'axe du monde et l'autre l'équateur, ou la direction du Soleil à l'équinoxe. Formons de part et d'autre de cette direction des angles égaux à $23^{\circ} 28'$, déclinaison du Soleil aux solstices, puis menons d'autres droites qui forment encore de part et d'autre de l'équateur des angles de $11^{\circ} 29'$ et $20^{\circ} 10'$, respectivement égaux à la déclinaison du Soleil à son entrée dans les signes intermédiaires. La figure ainsi formée de huit lignes convergentes et dont l'une représente l'axe de rotation, indiquera l'inclinaison suivant laquelle les rayons solaires viennent frapper l'axe du monde, à l'instant où l'astre pénètre dans chacun des signes du Zodiaque. Cette figure est ce qu'on nomme *trigone des signes*.

56. Pour tracer sur un cadran solaire les lignes de déclinaison, ou les courbes des signes, le trigone va nous servir, en toutes circonstances, comme le cadran équinoxial nous a servi à tracer les lignes horaires. En effet, si nous appliquons l'axe d'un trigone sur le style d'un cadran, de manière que le centre du premier corresponde à l'extrémité du style; alors, en faisant tourner le trigone autour du style, les différents rayons prolongés traceront sur le cadran des courbes, qui ne seront autre chose que les courbes des signes cherchés.

D'après cette génération, *les courbes de déclinaison seront des sections coniques, sur tout cadran plan, et l'équinoxiale du cadran sera une droite*. Le plan du trigone, ainsi en

mouvement, deviendra, dans une de ses positions, perpendiculaire au cadran, et y déterminera à cet instant une trace qui n'est autre que la projection orthogonale du style sur le cadran. Cette projection est ce que nous avons déjà nommé la soustylaïre.

37. On reconnaît à l'instant deux propriétés dont jouit cette droite, et qu'il suffit pour ainsi dire d'énoncer, pour en reconnaître l'exactitude :

1^o *La soustylaïre est perpendiculaire à l'équinoxiale ;*

En effet, le plan du cadran et celui de l'équateur se rencontrent, suivant l'équinoxiale. Mais ces plans sont perpendiculaires tous deux à celui qui passe par le style et la soustylaïre ; donc leur intersection commune, l'équinoxiale, est perpendiculaire à cette dernière.

2^o *La soustylaïre est l'axe de toutes les courbes de déclinaison ;* parce que le plan horaire qui projette cette droite, partage en deux parties égales le cône décrit par le Soleil, en même temps que ce plan est perpendiculaire au cadran. Il en résulte que tout est symétrique de part et d'autre du plan horaire de la soustylaïre, et que celle-ci est nécessairement l'axe de la courbe d'intersection du cône diurne par le plan du cadran.

38. Puisque l'angle au sommet du cône diurne décrit par le Soleil varie chaque jour, son intersection par le plan constant d'un cadran, variera d'un jour à l'autre, et sa nature dépendra de l'ouverture du cône et de la position du cadran ; c'est-à-dire, de la déclinaison du Soleil, et de l'inclinaison du style sur le cadran.

Si le style est perpendiculaire au cadran, comme dans le cadran équinoxial, les courbes de déclinaison seront des cercles concentriques. Si le cadran coupe toutes les génératrices d'une des nappes du cône, la courbe d'ombre sera une ellipse ; cette condition sera satisfaite, quand l'inclinaison du cadran sur l'axe sera plus grande que le complément de la déclinaison du Soleil. Quand ces deux quantités seront égales, le cadran coupera toutes les génératrices d'une des nappes, hors

une, qui sera parallèle à son plan : la courbe obtenue sera donc une parabole. Enfin, quand l'angle du cadran et du style sera moindre que le complément de la déclinaison, les deux nappes du cône seront coupées à la fois par le plan du cadran, et l'intersection sera une hyperbole. Enfin, quand le Soleil est dans l'équateur, la déclinaison est nulle ; le cône se réduit à un plan, et la ligne d'ombre est une droite, qui n'est autre chose que l'équinoxiale, ainsi que nous l'avons déjà dit.

39. La déclinaison du Soleil devient, chaque année, égale au complément de la latitude, sous le cercle polaire ; par conséquent, dans toute la zone glaciale, l'angle du style avec un cadran horizontal est tantôt moindre, tantôt plus grand que le complément de la déclinaison. En outre, ces deux angles passent par l'égalité deux fois par an. Aussi les courbes d'ombre y sont tantôt des ellipses, tantôt des hyperboles, et elles deviennent des paraboles deux fois par an, dans le passage d'une nature de courbe à l'autre. Il doit en être ainsi, puisqu'en été, dans ces régions, le Soleil, pendant plusieurs jours, tourne autour de l'horizon, sans se coucher. En hiver, il demeure plusieurs jours au-dessous, sans se montrer ; mais, dans l'intervalle de ces deux saisons, il se lève et se couche comme dans nos climats, et parvient un certain jour à être tangent à l'horizon, à l'instant du passage au méridien. Cette dernière circonstance, à la vérité, se produit quatre fois par année, deux fois en été et deux fois en hiver. Mais comme, dans ce dernier cas, le Soleil ne se montre pas, il n'y pas lieu pour nous de nous en occuper.

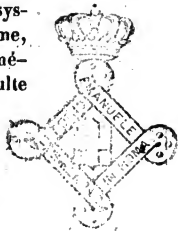
Dans la zone torride, un cadran vertical non déclinant a le même tracé qu'un cadran horizontal tracé pour une localité de la zone glaciale, telle que leurs latitudes fussent le complément l'une de l'autre ; aussi les mêmes circonstances doivent-elles se produire dans les deux cas : l'un n'est autre chose que l'autre transporté parallèlement à lui-même. Toutefois, les apparences ne seraient pas entièrement les mêmes, parce que, dans le premier cas, la masse de la Terre vient s'interposer dans la direction des rayons solaires, ou, en d'autres termes, le Soleil se lève et se couche, et ne trace alors qu'une por-

tion de la courbe diurne sur le cadran. Mais si après que le Soleil a disparu sous l'horizon, on conçoit un rayon dirigé du sommet du style au Soleil, le lieu des points où ce rayon va percer le cadran, continuera la courbe d'ombre, et nous aurons alors les mêmes courbes de déclinaison que sur le cadran horizontal de la région glaciale complémentaire. Ainsi, un cadran vertical sans déclinaison, dans la zone torride, comportera les mêmes courbes d'ombre qu'un cadran horizontal tracé pour la région glaciale, dont la latitude serait le complément de celle du premier ; ces courbes seront donc aussi, selon les époques, des ellipses, des hyperboles et des paraboles.

Dans la zone tempérée, les courbes d'ombre, sur tout cadran horizontal ou vertical, sont des hyperboles diversement tournées, selon que la déclinaison du Soleil est australe ou boréale ; elles se réduisent à une droite, qui est l'*équinoxiale*, le jour où la déclinaison est nulle ; et cette droite partage en deux systèmes différents, les courbes d'ombre correspondantes aux deux moitiés de l'année où la déclinaison du Soleil a une dénomination différente. Mais, dans une localité quelconque, si l'on incline convenablement un cadran sur son style, on peut y obtenir des ellipses et des hyperboles aux diverses époques de l'année, et par suite des paraboles, comme transition de l'une des natures courbes à l'autre. Il suffit, pour cela, que l'angle du style avec le cadran soit plus grand que $66^{\circ} 33'$, complément de l'obliquité de l'écliptique.

Ajoutons à ces préliminaires, quelques considérations qui s'y rattachent nécessairement, et qui doivent trouver leur application dans la pratique.

40. Nous avons vu que le rayon lumineux mené du Soleil à l'extrémité du style, décrit autour de celui-ci un cône, qu'on peut appeler *lumineux*, tandis que l'ombre portée par ce point et qu'on peut supposer prolongée indéfiniment, décrit un *cône d'ombre*, opposé au premier par le sommet. Le système complet du cône d'ombre et du cône lumineux, ne forme, en réalité, qu'un seul cône, tel qu'on le conçoit en géométrie ; c'est-à-dire indéfini dans les deux sens. Il en résulte



que si, dans l'une des nappes, l'angle de la génératrice avec la partie ascendante de l'axe est obtus, les génératrices de la nappe opposée formeront un angle aigu avec le même côté de l'axe, et ces deux angles seront le supplément l'un de l'autre. Les intersections de ces deux nappes, par un même plan, donneront les deux parties d'une même hyperbole.

Or, quand la déclinaison du Soleil passe par les mêmes valeurs de l'un et de l'autre côté de l'équateur, le cône lumineux décrit par le Soleil, à une époque, est précisément en coïncidence avec le cône d'ombre qu'il décrivait antérieurement, à déclinaison égale mais contraire; donc la courbe d'ombre, produite dans une des positions du Soleil, sera la seconde moitié de l'hyperbole décrite précédemment. Ainsi, les courbes des signes, qui correspondent à des valeurs égales de la déclinaison, formeront deux à deux, de part et d'autre de l'équinoxiale, des hyperboles complètes dont la soustylaïre sera l'axe commun. Et, comme cas particulier, les deux courbes d'ombre aux solstices, seront les deux branches d'une même hyperbole, parce que quand le Soleil parvient à ces limites extrêmes de sa course annuelle, le maximum de la déclinaison boréale de l'astre devient égal au maximum de sa déclinaison australe.

41. Sur un cadran horizontal, la soustylaïre se confond avec la méridienne; il en est de même dans un cadran vertical sans déclinaison. Ainsi, dans ces deux cas, comme dans tout autre, où la soustylaïre coïnciderait avec la méridienne, celle-ci devient l'axe de toutes les courbes d'ombre : donc les courbes des signes seront alors symétriques par rapport à la méridienne. Dans tout autre cas, la soustylaïre seule divise en parties symétriques les courbes d'ombre qui sont traversées d'une manière irrégulière par la méridienne. Cela posé, donnons le tracé de ces courbes, d'abord pour le cadran horizontal, ensuite pour les cadrans verticaux déclinants. On en déduira facilement le procédé pour les tracer sur un plan incliné d'une manière quelconque avec l'horizon ou le méridien.

42. Reprenons le cadran horizontal de la planche II, et

construisons-le à une échelle double pour éviter la confusion (Pl. III.) Puis, déterminons des droites formant avec CS' des angles égaux à ceux qui sont compris entre le style, dans l'espace, et chacune des lignes horaires de 1^h ou 11^h , de 2^h ou 10^h , etc. Par exemple, rabattons l'angle que forme le style avec la ligne de X^h .

Cet angle fait partie d'un triangle rectangle, dont les trois sommets sont le centre du cadran, le sommet du style et le point X^h . Mais la distance qui sépare ces deux derniers points est l'hypothénuse d'un autre triangle rectangle, dont le sommet de l'angle droit est en E . Construisons d'abord celui-ci. Menons EY perpendiculaire à $S'E$, prenons $EA = EX^h$, et le triangle SEA est, en vraie grandeur, le second de ceux que nous considérons. Son hypothénuse complète la détermination du premier, en donnant le second côté de l'angle droit. Ramenons donc SA en $S'A'$ par un arc de cercle, et joignons CA' ; l'angle $S'CA'$ est celui que nous cherchons.

La même construction répétée nous donne les droites $C(1)$, $C(2)$, $C(3)$, etc.

Construisons à présent le trigone des signes (35). L'intersection d'un des rayons solaires tel que $S' \gamma$, avec ces différentes droites, donnera les points a, b, c, d, e , dont la distance au point C , ramenée par des arcs de cercle aa' , bb' , sur les lignes horaires correspondantes, déterminera sur ces lignes autant de points appartenant à la courbe de déclinaison du Taureau. Les différentes courbes se trouveront ainsi déterminées par autant de points qu'on le désirera.

Pour abréger la construction, on pourrait profiter de ce que les courbes de déclinaisons égales et ontraires, sont égales, pour ne les construire que d'un côté de l'équinoxiale. Trois de ces courbes étant tracées d'un côté de cette ligne, les trois autres s'en suivraient, en reportant les points de l'une à l'autre, par abscisses et ordonnées égales. Au reste, la géométrie des sections coniques fournira d'autres moyens de tracer ces courbes, à ceux qui ne s'en tiendraient pas à la construction précédente. Sans nous étendre sur ces diverses méthodes, nous allons en donner toutefois une autre, en traçant d'un mouvement continu les arcs des signes sur le cadran vertical

de la planche V. Ce procédé repose sur le théorème de Quetelet que je vais seulement énoncer. Si dans un cône droit à base circulaire, coupé par un plan, on inscrit une sphère tangente à la fois au cône et au plan, le point de contact de la sphère et du plan est le foyer de la section conique.

Dans le cas de l'hyperbole, comme dans celui de l'ellipse, il y a deux sphères tangentes, et par suite les deux foyers sont déterminés.

Passons à l'application.

43. (Pl. V.) Il est visible que le cône diurne et le plan du cadran sont coupés symétriquement par le plan qui passe par le style et la soustylaire. Ce plan diamétral contient l'axe du cône, et par suite le centre de la sphère inscrite; il est perpendiculaire au cadran, et contient par suite le point de contact de la sphère et du cadran. Donc, en définitive, ce point de contact s'obtiendra en inscrivant une circonférence de cercle entre les génératrices du cône, qui ne sont autres que celles du trigone et la soustylaire.

Le centre de ces circonférences sera sur l'axe du style $S''C$ rabattu; pour les trouver, il suffit de diviser les angles $S''TC$, $S''RC$ et $S''KC$, chacun en deux parties égales; les bissectrices, par leur intersection avec $S''C$, donneront ces centres. Mais il devient inutile de tracer ces circonférences; et si des trois centres obtenus nous abaissons des perpendiculaires sur SC , leurs pieds a , b , c seront les points de contact cherchés, ou, ce qu'il nous importait de trouver, les foyers de nos trois hyperboles. Reste à les tracer d'un mouvement continu.

Leurs sommets nous sont donnés par les rayons $S''K$, $S''K'$, $S'R$, SR' , etc. du trigone.

44. Portons $K'a' = Ka$, $K'b' = Kb$, et $K'c' = Kc$, ce qui nous donnera le second foyer des hyperboles. Nous les tracerons par la propriété que la différence entre les rayons vecteurs menés des deux foyers à un même point de la courbe, est constante et égale au grand axe. Il faudra fixer en a' , au moyen d'une aiguille, l'angle d'une règle qui puisse tourner autour de l'aiguille comme pivot. Au second

foyer α , on fixera l'extrémité d'un fil, que l'on fixera d'une autre part à l'extrémité mobile de la règle, de façon que la différence entre les longueurs du fil et de la règle soit exactement le grand axe de l'hyperbole KK' . Rien n'est plus facile à faire; il suffit de placer la règle suivant cet axe, de poser la pointe du crayon en K' , et de replier le fil sur lui-même autour de la pointe du crayon. Après quoi on le fixera au bout de la règle. Maintenant, on fera tourner la règle, en conservant toujours la même tension au fil; le crayon, en glissant, tracera l'hyperbole.

CHAPITRE IV.

DÉTERMINATION GRAPHIQUE DE TOUS LES ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES AU TRACÉ DES CADRANS.

1^{re} SECTION.

45. Tout ce qui précède repose sur la supposition que l'on connaît préalablement la direction de l'axe du monde, et que l'on est pourvu de tous les moyens nécessaires pour disposer une tige rectiligne dans la direction de cet axe. Nous aurons donc à nous occuper d'abord des procédés à employer pour connaître la direction de l'axe du monde, après quoi nous dirons par quels moyens pratiques on fixera le style au cadran, précisément dans cette direction.

L'axe du monde est situé dans le plan du méridien, et il forme avec l'horizontale menée dans ce plan, un angle égal à la hauteur du pôle. Cette horizontale est ce qu'on nomme *la méridienne horizontale*. Quant à la hauteur du pôle, ce n'est autre chose que la latitude du lieu, que l'on obtiendra en consultant une carte géographique. Cependant nous allons exposer comment on détermine ces deux éléments par les seuls moyens de la Gnomonique.

Le procédé le plus usité pour tracer une méridienne sur un plan horizontal, est celui que l'on connaît sous le nom de méthode des ombres ou des hauteurs correspondantes. Il est fondé sur cette considération fort simple, qu'en vertu de

la régularité du mouvement diurne, quand le Soleil est à égale distance du méridien, matin et soir, il est aussi également élevé au-dessus de l'horizon ; d'où résulte qu'il doit projeter des ombres égales dans les deux cas sur un plan horizontal, et à partir du point projetant. Le procédé s'en suit.

Disposez au-dessus d'un plan horizontal un style de forme quelconque, ou mieux, une plaque percée d'un petit trou, dont vous projetterez le centre sur le plan au moyen d'un fil-à-plomb. Ce point, qu'on nomme pied vertical du style, appartient évidemment à la méridienne. Marquez un point d'ombre le matin ; et du pied du style comme centre, avec sa distance au point d'ombre comme rayon, décrivez une circonférence de cercle. Attendez que le soir l'ombre du sommet du style soit de nouveau sur cette circonférence, et marquez le point où le croisement a lieu ; prenez enfin le milieu de la distance des deux points d'ombre, et vous aurez un second point de la méridienne, que vous joindrez au pied du style.

Il est bien clair qu'au lieu de prendre le milieu de la ligne 1-6 (Pl. IV), d'ombres correspondantes, il vaudra mieux diviser l'angle 1P6 en deux parties égales. Et que, pour perfectionner ce procédé, il faudrait faire plusieurs constructions de ce genre, et prendre une espèce de moyenne entre les différentes méridiennes obtenues, dans le cas où, par suite des petites erreurs inhérentes à la construction graphique, toutes ces lignes ne coïncideraient pas. Ainsi on répètera plusieurs fois l'opération, surtout à des heures assez éloignées de midi, parce que les ombres varient d'une manière bien plus rapide le matin et le soir, que vers midi, instant où elles atteignent leur minimum par degrés insensibles. Aussi, bien qu'à la rigueur, l'ombre minimum d'un jour coïncide avec la méridienne, cette ombre ne peut cependant pas servir à la déterminer. Toutefois, l'ombre méridienne nous sera d'un grand secours, et son emploi nous fournira une détermination graphique de la latitude ; ainsi que nous le dirons plus loin. Revenons à la méridienne.

46. Comme l'ombre change de place incessamment, on peut craindre de manquer l'instant précis où cette ombre

vient, le soir, croiser le cercle d'équidistance. Dans ce cas, il est bon de marquer un ou deux points d'ombre avant cet instant et après ; de joindre ces points par une ligne, qui sera très-peu courbe, et dont l'intersection avec le cercle, préciserait le point de croisement.

Enfin, la perfection de ce procédé exigerait que, pendant toute la durée d'un jour, on marquât, de dix minutes en dix minutes, le point que l'extrémité de l'ombre atteint. La courbe qui réunirait tous ces points, serait la courbe d'ombre du jour. En multipliant alors les constructions d'ombres égales, on obtiendrait la méridienne avec toute la certitude possible.

47. La précision de ce mode de tracé, bien suffisante pour les besoins de la gnomonique, repose sur la faible variation en déclinaison qu'éprouve le Soleil pendant la durée d'un jour. Pour s'en affranchir entièrement, il suffirait de faire l'opération dans le voisinage des solstices, où la variation est presque nulle; mais, à l'équinoxe même, où le changement en déclinaison est le plus rapide, la différence en 24 heures ne s'élève qu'à $25' 40''$ (soit $24'$) : c'est une minute de degré par heure. Donc, en six ou huit heures, temps nécessaire pour faire la construction des ombres correspondantes, la variation de la déclinaison ne serait que de $6'$ à $8'$, angle inappréciable pour un dessinateur qui n'apporterait pas, dans les constructions, la plus scrupuleuse attention et la plus grande adresse, et qui d'ailleurs ne suffirait pas à rendre la méridienne défectueuse. Cependant cette erreur, quelque petite qu'elle soit, peut venir s'ajouter à celle de la construction, et faire dévier faiblement la méridienne obtenue, soit à l'Est, soit à l'Ouest, selon l'époque où l'on opère, en sorte qu'il est intéressant d'examiner quelle est en toute rigueur l'influence de cette cause d'inexactitude.

48. Pour s'en rendre compte, il faut remarquer que par la combinaison du mouvement annuel et journalier, le Soleil en réalité ne décrit pas chaque jour des cercles, comme on le suppose, mais une spirale continue, dont les spires successives très-rapprochées aux tropiques, s'élargissent en s'en

éloignant, et atteignent leur maximum d'écartement à l'équateur. La variation journalière de la déclinaison n'est autre chose que le pas de cette hélice. Du solstice d'hiver au solstice d'été, les spires sont légèrement tournées vers l'Est, et l'autre moitié de l'année elles regardent l'Ouest, parce que, dans le premier cas, le Soleil est plus voisin du pôle Nord à midi que le matin, et le soir qu'à midi; et si, par ces trois positions occupées par le Soleil, un même jour, on fait passer un cercle (qui différera très-peu de la spire du jour), la ligne des pôles de ce cercle passera nécessairement entre le Nord et l'Est. Du solstice d'été au solstice d'hiver, les phénomènes se produisent d'une manière entièrement analogue, avec cette différence que les spires sont tournées différemment, et que les cercles diurnes qui auraient avec elles trois points communs, auraient leurs pôles dans une direction passant entre le Nord et l'Ouest. Ainsi, quand nous substituons aux spires décrites chaque jour par le Soleil, les cercles qui en approchent le plus, nous opérons comme si l'axe du monde était dévié légèrement de sa direction, tantôt vers l'Est, tantôt vers l'Ouest, selon que le Soleil s'avance vers le Nord ou vers le Sud, dans son mouvement annuel. Donc, dans l'opération des ombres correspondantes, la méridienne obtenue sera déviée légèrement vers l'Est, dans le premier cas, et vers l'Ouest, dans le second.

Au reste, si l'on porte le scrupule jusque là, on pourra appliquer à l'opération la correction connue sous le nom de *correction des hauteurs correspondantes*, et que l'on obtiendrait soit par le calcul, soit par une construction graphique (*).

49. L'appareil étant disposé comme précédemment, et la méridienne ayant été tracée, on aura observé et marqué sur le plan les ombres projetées par le sommet du style de 5' en 5', sans interruption, une demi-heure avant et après midi; et on aura réuni ces points d'ombre par une courbe, dont l'intersection par la méridienne donnera la position de l'ombre

(*) Persuadé que cette correction est insignifiante dans une construction graphique, nous conseillons de n'y avoir pas égard dans la pratique, et nous ne nous en occuperons pas davantage.

méridienne du style. On mesurera la longueur Pr de cette ombre, et la hauteur SP du style, et le triangle SPr , rectangle en P , pourra être rabattu et construit. Si maintenant on déduit de l'angle PSr l'angle QSr , égal à la déclinaison du Soleil (donnée pour chaque jour par l'Annuaire du bureau des longitudes), l'angle restant PSQ sera la latitude cherchée. Il est bien clair que, si le Soleil au lieu d'être au-dessous de l'équateur, comme nous le supposons, était au-dessus, il faudrait ajouter sa déclinaison à l'angle PSr , pour avoir la latitude. (Pl. IV, Fig. 2).

50. On reconnaît de suite la rigueur de ce procédé. En effet, l'angle PSr qui nous est donné par la construction, est toujours égal à l'angle PSQ plus ou moins l'angle QSr , selon que Sr passe au-dessous ou au-dessus de SQ . Mais l'angle PSQ est égal à ESZ et à TCr , ou à la latitude. Nous avons supposé la méridienne connue dans la détermination de la latitude; mais on voit que ce n'est pas une condition indispensable : il suffit bien, dans cette opération, de prendre l'ombre minimum, à partir du pied du style, et de la traiter comme nous l'avons dit. Mais, comme la moindre erreur sur la longueur de l'ombre influerait sur le résultat, il importe de bien choisir le gnomon, qui donnera les ombres les plus précises et les mieux tranchées.

51. A cet égard, je vois que La Prise conseille un moyen fort simple, et qui pourtant me paraît être le meilleur. Le faux style qu'il emploie est tout simplement un parallépipède rectangle (Pl. I, Fig. 3), parfaitement équerri à angles droits sur toutes ses faces, et à vive arête. La base est un carré de 8 centimètres de côté, et sa hauteur est de 0^m,30. En portant ce solide sur un plan, on a immédiatement la distance de chacun de ses angles au plan et le point où ces angles s'y projettent. Quant à l'ombre, elle donne deux bords parfaitement tranchés, le long desquels on peut mener trois droites ab , bc , cd , dont les intersections b , c dessineront d'une manière précise l'ombre des points B et C . On pourra même choisir celle qui se présente de la manière la plus certaine : c'est en général celle qui forme un angle droit comme en c .

2^e SECTION.

De la Pénombre et de la correction des ombres observées.

52. Cependant on remarque que la démarcation entre l'ombre et la lumière, qui est fort tranchée près du solide, devient de plus en plus incertaine à mesure qu'elle s'en éloigne. Sur le bord de l'ombre se trouve une autre ombre moins obscure qui passe insensiblement à la lumière complète. C'est l'effet des dimensions notables du disque solaire, dont tous les points sont des foyers de lumière, en sorte que les effets produits ne sont pas les mêmes que si toute la masse lumineuse du Soleil était concentrée en un seul point. Mais la déclinaison de cet astre, donnée par les tables, se rapporte à son centre, tandis que les ombres sont produites par les bords de son disque. Il en résulte une cause constante d'erreur que nous allons examiner dans ses effets, et que nous corrigerons ensuite dans sa source.

Par un point S de l'arête du solide et le centre du Soleil, menons un plan vertical (Pl. I, Fig. 4), et par les extrémités du diamètre solaire contenu dans ce plan menons les deux rayons lumineux AS et BS , qui porteront ombre en a et b . Tous les rayons lumineux partant de AB seront compris dans l'angle ASB , d'où il résulte que, par l'interposition du solide PS , de P en b , le plan horizontal ne recevra aucun rayon de lumière, et que la ligne Pb sera l'ombre, proprement dite. De b en a , chaque point recevra un nombre de rayons de plus en plus considérable, et le point a sera éclairé par le disque entier du Soleil, de même que la partie aQ . Il s'en suit que la partie ab ira en s'éclairant de plus en plus en allant de b en a , et qu'elle n'appartiendra entièrement ni à la lumière ni à l'ombre. C'est ce qu'on nomme la *Pénombre*.

53. On voit que la largeur de cette pénombre dépend du diamètre du Soleil, de la distance Sb et de l'inclinaison du rayon lumineux sur la surface. D'où résulte que ces deux dernières quantités étant connues, la pénombre pourrait servir

à déterminer la grandeur apparente du diamètre du Soleil, si ses deux bords étaient bien tranchés.

Mais l'indétermination de la pénombre exige que l'on apporte une attention scrupuleuse dans toutes les opérations d'ombres, pour atteindre à toute la précision que comporte la gnomonique. On pourrait être tenté de supposer, qu'en prenant le milieu de la pénombre, on obtiendrait les mêmes résultats que si la masse lumineuse du Soleil était concentrée à son centre. Mais outre que géométriquement, ce procédé serait inexact, il serait encore impraticable dans l'exécution, par la difficulté qu'il y a de déterminer à la fois les deux limites de la pénombre. De ses deux bords, celui qui avoisine l'ombre est beaucoup mieux tranché que celui qui touche à la lumière. Cette dernière limite est même insensible, et la pénombre, en se dégradant vers la lumière, vient s'y fondre entièrement; tandis que la démarcation entre l'ombre et la pénombre est presque tranchée, et peut être précisée à un demi-millimètre près, à la distance de deux mètres du point qui la projette. Aussi devra-t-on, dans toutes les opérations d'ombres, n'avoir égard qu'à cette seule limite, en corrigeant toutefois les mesures que l'on en déduira de l'angle que soutend la moitié du disque solaire. Cette opération, connue sous le nom de correction du *demi-diamètre du Soleil*, est fort simple à comprendre et à effectuer.

54. Le diamètre du Soleil soutend moyennement un angle de $32'$; ainsi les rayons émanés de ses bords forment un angle de $16'$, avec la direction de son centre. Il en résulte que l'effet de ce diamètre est, dans tous les cas, de *raccourcir* les ombres; et que, pour déduire la direction du centre du Soleil, d'une observation d'ombre, il faut corriger de $16'$ la direction observée, dans le sens qui a pour effet d'*allonger* l'ombre. Cette règle est aussi certaine que facile à mettre en pratique.

Ainsi, pour corriger une ombre observée Pb , faites avec Sb un angle bSc égal à $16'$, et le rayon Sc qui donnera la direction du centre, sera ce qu'on nomme le *rayon d'ombre corrigée* (Pl. I, Fig. 5). Mais comme cette correction faite

avec le rapporteur serait incertaine à cause de sa petitesse, il vaut mieux procéder autrement. Sur la droite Sb , prolongée s'il le faut, portez une distance Sb' égale à 214 millimètres, élevez une perpendiculaire $b'c'$ égale à un millimètre : la droite Sc' sera le rayon d'ombre corrigée (*).

55. Avant de compléter ce qui concerne la pénombre, nous placerons ici une autre correction que comportent les ombres pour être rapportées avec exactitude au centre du Soleil : je veux parler de la *réfraction*.

Par l'effet de ce phénomène, les astres nous paraissent plus élevés dans le Ciel qu'ils ne sont en réalité. Ainsi, lorsque le Soleil levant touche encore à l'horizon, et qu'il va s'en détacher pour nous montrer son disque entier, nous savons de science certaine, que dans sa vraie direction l'astre est encore en entier au-dessous de l'horizon ; et si nous le voyons, c'est par l'effet de notre atmosphère qui infléchit les rayons lumineux, et relève les astres à l'horizon de $53' 46''$, angle plus grand que le diamètre apparent du Soleil. Mais cet angle de réfraction décroît rapidement, à mesure que l'astre s'élève, et il devient tout-à-fait insensible pour nos opérations dès que le Soleil est à une hauteur de 10 à 15 degrés au-dessus de l'horizon ; la réfraction est alors comprise entre 5 et 3 minutes. Mais si l'ombre a été prise plus près de l'horizon, il faudra la corriger, et l'on réunira cette nouvelle correction à celle du demi-diamètre. On se servira à cet effet de la petite table qui suit ce traité, en raisonnant et opérant comme il suit :

56. Admettons qu'à l'instant de l'observation la hauteur apparente du Soleil fut $6^{\circ} 30'$. La table nous donnera pour cette hauteur : réfraction, $7' 58''$, ou 8 minutes.

L'effet de la réfraction étant d'élever les astres, il faut pour effectuer la correction, diminuer cette hauteur de $8'$ dans le cas actuel. Cette correction nous portera le centre du Soleil dans la direction Sr , en s'ajoutant à celle du demi-diamètre ;

(*) Cette construction est fondée sur ce que l'unité de longueur, vue à une distance de 214 unités, soutend précisément un angle de 16 minutes.

et comme cette dernière est de $16'$, la nouvelle correction sera la moitié de la précédente. Ainsi après avoir porté la distance Sb égale à $21\frac{1}{4}$ millimètres, on élèvera une perpendiculaire br' de 1 millimètre et demi, et la droite $S'r'$ sera la direction du centre du Soleil, corrigée à la fois de la réfraction et du demi-diamètre. C'est cette opération qui donne lieu à ce qu'on nomme l'*Ombre corrigée*. Mais, je le répète, dès que le Soleil a atteint une hauteur apparente de 12 à 15 degrés, la correction devient inappréciable, du moins en ce qui concerne la réfraction. Il est clair que l'ombre corrigée du point S vient alors en r .

3^e SECTION.

Remarques sur les formes et les dimensions du style.

57. Le sujet qui nous occupe nous porte naturellement à examiner quelles sont les formes et dimensions à donner à un style, pour faire disparaître autant que possible les incertitudes de la pénombre, et réduire, s'il est possible, le point indicateur de l'ombre à un point mathématique, dont le passage sur les lignes horaires pourrait alors être apprécié à la seconde.

L'expérience a appris que le meilleur gnomon à employer est une plaque métallique, mince, percée d'un petit orifice, dont on a fixé la position et la distance au cadran d'une manière empirique. Quelques auteurs disent que le diamètre de l'ouverture doit être la 144^e partie de sa distance au cadran. Et quant à la plaque, ils indiquent de la mettre dans le plan de l'axe du monde, et perpendiculairement au méridien, c'est-à-dire dans le plan horaire de 6 heures du matin et du soir.

Aucun de ces préceptes n'est justifié par la théorie. En effet, la dimension de l'orifice gnomonique doit être en rapport avec sa distance aux points qui en reçoivent l'ombre, et non avec sa distance au cadran. Quant à l'inclinaison des plaques, elle est encore plus mal fondée, parce que la disposition précédente ne permettrait pas au cadran de marquer avant 6 heures du matin et après 6 heures du soir,

et celui-ci ne marquerait même qu'imparfaitement dans le voisinage de ces limites. Pour bien nous rendre compte des faits, examinons ce qui se passe, quand le Soleil envoie ses rayons au travers d'un orifice pratiqué dans une mince paroi.

58. Si, dans quelque partie du volet d'une chambre parfaitement close, on établit une feuille mince de métal (en fer-blanc, par exemple), et que dans cette paroi on perce un trou dont le diamètre, extrêmement petit, n'ait que l'épaisseur d'un cheveu, le Soleil, en apparaissant, enverra à travers ce petit orifice une infinité de rayons qui produiront, dans la chambre, un sillon de lumière, au milieu de l'obscurité. S'il existe plusieurs ouvertures semblables, il se produit dans la pièce un pareil nombre de rayons lumineux, qui, par un singulier effet de perspective, nous paraissent converger, tandis qu'en réalité, ils sont exactement parallèles. Par leur rencontre avec les différents corps, ils y dessinent des cercles ou des ovales lumineux, d'autant plus grands et moins éclairés, qu'ils sont plus éloignés du volet, et qui ont même forme et même dimension, à distance égale de leur origine, quelle que soit d'ailleurs la forme de l'orifice qui leur a donné naissance. Comment se produisent ces curieux phénomènes? Pourquoi la forme de l'orifice n'influe-t-elle pas sensiblement sur celle des faisceaux lumineux qui les traversent? Quelle est la dimension des contours qu'ils projettent sur les corps? Ces questions sont trop intimement liées à notre sujet, pour que nous n'en examinions pas la cause et les effets.

59. Revenons à un orifice unique et capillaire, concevons-le même aussi petit que possible, et désignons par là un trou assez petit, pour qu'un point lumineux ne puisse le traverser que par un seul rayon, l'orifice sera par là réduit à un point mathématique. Alors chacun des points du Soleil, envoyant un rayon unique, en ligne directe au travers de l'orifice, leur ensemble produira un faisceau conique dont la base est le contour du Soleil, et le sommet l'orifice. Tous ces rayons se prolongeant au-delà dans la pièce, y produi-

ront un second cône égal au premier, et opposé à celui-ci par le sommet. Ces deux cônes opposés au sommet ne font, à proprement parler, qu'un seul et même cône, tel qu'on le définit en géométrie. Ainsi quand un faisceau lumineux, émané du Soleil, traverse un trou capillaire, il projette au-delà un cône droit à base circulaire. Le sommet de ce cône est l'orifice, l'axe est dans la direction qui joint ce point au centre du Soleil, et la génératrice, en rasant constamment le bord du Soleil, forme avec l'axe un angle égal au demi-diamètre apparent du Soleil; l'angle au sommet du cône, ou du faisceau produit, est donc égal au diamètre apparent de l'astre. Tous les phénomènes que nous nous proposons d'envisager, résultent de là.

Si l'on coupe un cône droit perpendiculairement à son axe, on obtient des cercles d'autant plus grands, que la section s'éloigne plus du sommet du cône. Ainsi un écran, établi perpendiculairement au faisceau lumineux, nous présentera des images éclairées d'autant plus grandes qu'on l'éloignera d'avantage de l'orifice. La même quantité de lumière, se répartissant alors sur des cercles inégaux, les images obtenues seront d'autant moins lumineuses, qu'elles seront plus grandes. La superficie de deux cercles croît en raison du carré de leurs diamètres; mais ceux-ci augmentent en raison de leur éloignement de l'orifice; ainsi, le degré de clarté de chacune des images diminuera proportionnellement au carré de leurs distances à l'orifice.

Mais si l'on présente l'écran obliquement au faisceau de lumière, il en résultera des ellipses, auxquelles on peut faire l'application de tout ce que nous avons dit des images circulaires; elles grandiront en s'éloignant de l'orifice, et diminueront d'intensité en devenant plus étendues. Quant à leur forme, elle dépend uniquement de l'inclinaison de l'écran sur l'axe du cône. Cet axe, projeté sur le plan de l'écran, déterminera toujours la direction du grand axe de l'ellipse lumineuse. On obtiendrait cet axe bien simplement, en abaissant, du centre de l'orifice, une perpendiculaire sur le plan de l'écran, et en joignant son pied au centre de l'ellipse. Ainsi, par l'effet du mouvement journalier du Soleil, tandis

que le faisceau lumineux qu'il projette à travers un petit orifice, se déplace incessamment et produit sur un plan constant, tel qu'un mur ou un plancher, des ellipses qui varient constamment dans leurs formes et leurs grandeurs, les grands axes de ces ellipses vont toujours passer par un même point, qui est la projection de l'orifice sur leur plan commun.

Nous n'avons rien précisé sur la forme de l'orifice capillaire que nous avons considéré. Qu'il soit rond, triangulaire ou carré, pourvu qu'il soit infiniment petit, tout ce que nous avons dit lui est applicable. Cependant, nous ne sommes pas fondés encore à en faire l'extension à des orifices, dont les dimensions seraient appréciables, bien que nous pressentions la similitude des résultats. Passons à l'examen des orifices étendus.

60. Réunissons ensemble deux orifices capillaires, de manière à n'en former qu'un seul d'une superficie double. Chacune des moitiés du nouvel orifice donnera naissance à un cône pareil à celui que nous avons d'abord envisagé. Ces deux cônes, identiques dans toutes leurs parties, auront leurs axes exactement parallèles, ainsi que leurs génératrices homologues, et de plus, leurs sommets, leurs axes et leurs génératrices seront excessivement rapprochés l'un de l'autre. L'image obtenue sur un écran perpendiculaire au faisceau, sera donc la réunion de deux cercles égaux, dont les centres seraient extrêmement voisins (Pl. I, Fig. 7).

Concevons maintenant une infinité d'orifices capillaires, dont la réunion forme une ligne d'une épaisseur infiniment petite, à peu près ce que produit une fente dans un volet; alors, chaque point de la fente donne naissance à un cône particulier; tous ces faisceaux parallèles, en se recouvrant, produisent, sur les corps qui les interceptent, une bande lumineuse, dont l'épaisseur dépend de la position de ces corps et de leur distance à l'orifice linéaire. On peut la considérer comme produite par le mouvement d'un seul de ces cônes élémentaires, qui glisserait parallèlement à lui-même, en conservant toujours son sommet sur l'orifice linéaire. Par

suite, rien n'est plus facile que de déterminer, dans les différents cas, la forme du faisceau de lumière immergent (Fig. 8).

Si l'orifice est une ligne droite, le lieu de tous les cônes, ou plutôt leurs enveloppes, seront deux plans passant par l'orifice linéaire, et tangents à l'un quelconque de ces cônes. D'où il suit que leur angle dièdre sera plus grand en général que $52'$, diamètre apparent du Soleil. La bande lumineuse reçue sur un écran-plan, sera terminée par deux droites, qui iront converger en un point de l'orifice rectiligne, ou de son prolongement; elle sera terminée par deux droites parallèles, si l'écran est parallèle à l'orifice, et par deux droites formant un angle, si l'écran prolongé va couper cet orifice.

Dans tous les cas, quelle que soit la forme d'un orifice linéaire pratiqué dans une paroi mince, le faisceau immergent sera tel, qu'on pourra le considérer comme engendré par un cône de forme constante, se mouvant parallèlement à lui-même, et dont le sommet demeurerait constamment placé sur l'orifice; son axe d'ailleurs étant toujours dirigé vers le centre du Soleil, et son angle au sommet étant égal au diamètre apparent de l'astre.

D'après cela, rien de plus simple que de déterminer le contour de la projection lumineuse d'un orifice, sur un plan quelconque. Il faut d'abord y tracer le lieu des positions successives de l'axe du cône, qui glisserait sur les contours de l'orifice, en demeurant constamment parallèle à lui-même; c'est-à-dire, qu'il faut, avant tout, chercher sur l'écran l'intersection d'un cylindre, qui aurait pour base le contour de l'orifice, et pour génératrice la direction du centre du Soleil. Cette première intersection étant trouvée, chacun de ses points, combiné avec son homologue de l'orifice, donnerait une position de l'axe du cône générateur, par suite une direction de l'axe d'une des ellipses élémentaires, dont on compléterait le tracé très-simplement. Plusieurs de ces ellipses étant tracées dans des positions choisies, la courbe enveloppante serait le contour de la projection lumineuse de l'orifice.

61. Prenons pour exemple le cas d'un orifice circulaire (Fig. 9); établissons un écran parallèlement au plan de cet

orifice, et supposons l'un et l'autre plan perpendiculaires à la direction du centre du Soleil. Dans ce cas, la section cylindrique directrice sera sur l'écran, un cercle égal à l'orifice. Mais les cônes qui en suivent les bords étant aussi coupés par l'écran perpendiculairement à leur axe, produiront une série de cercles qui viendront border ce cercle directeur, et dont les enveloppes seront intérieurement et extérieurement des cercles. Ainsi, dans ce cas particulier, la projection lumineuse d'un orifice circulaire est un cercle.

Mais il n'en serait plus ainsi, si l'orifice ou l'écran venaient à s'incliner. Le premier, en s'inclinant seul sur la direction du Soleil, donnerait pour courbe directrice une ellipse, et pour courbes génératrices des cercles dont les centres seraient sur l'ellipse, mais dont les rayons seraient différents.

La courbe obtenue dans ce cas, serait une ellipse d'autant moins aplatie, que l'orifice serait plus petit, comparativement à la distance qui le sépare de l'écran.

Mais si l'orifice étant perpendiculaire aux rayons solaires, l'écran s'incline sur cette direction, la courbe directrice, demeurant elliptique, les sections des faisceaux coniques, deviennent aussi des ellipses. Dans ce cas, la courbe enveloppe est encore une ellipse, et il est bien facile de reconnaître que la forme et les dimensions de cette ellipse sont les mêmes que si l'orifice, étant capillaire, se trouvait transporté au sommet d'un cône droit, dont l'ouverture fût de 32 minutes, et dont la base serait le contour de l'orifice actuel.

Considérons le cas d'un orifice carré ou rectangulaire, et supposons-le d'abord disposé perpendiculairement au rayon émané du centre du Soleil; admettons aussi que l'écran soit parallèle à l'orifice, alors le cylindre directeur sera un parallélipède ayant pour base l'orifice (Fig. 10), son intersection, par l'écran, sera un carré ou un rectangle a, b, c, d , égal à l'orifice (Fig. 11). Les bases des cônes générateurs seront des cercles égaux, et le contour de la projection lumineuse se composera de quatre quarts de cercle, ayant pour centres les angles de la projection de l'orifice, et réunis par quatre tangentes de même longueur que les côtés eux-mêmes de l'orifice (Fig. 12 et 13).

En général, dans le cas très-particulier d'un orifice et d'un écran, tous deux perpendiculaires aux rayons du Soleil, la projection lumineuse d'un orifice triangulaire ou polygonal quelconque, se compose de parties droites, égales en nombre et en grandeur aux côtés de l'orifice, et d'un pareil nombre d'arcs de cercle, tous de même rayon, tangents aux côtés rectilignes, et ayant pour centres les sommets d'un polygone égal à l'orifice. Il est facile de déduire de là la forme des faisceaux lumineux, pour le cas d'orifice de forme curviligne quelconque, et l'on se rendra raison de la forme qu'affectent les contours des images lumineuses qui en résultent, ainsi que ceux des ombres portées.

62. Considérons le cas d'un très-petit orifice d'un millimètre d'ouverture, par exemple, et recevons le faisceau qui le traverse sur un écran, établi perpendiculairement à la direction de ses rayons, et placé à une distance de $2^m,14$ de l'orifice. Le rayon du Soleil nous apparaît sous un angle égal à celui que soutend un centimètre à la distance de $2^m,14$; et, d'après ce qui précède, on obtiendra l'image lumineuse en dilatant en tous sens l'orifice d'un centimètre. Ainsi, l'orifice étant circulaire, l'image serait un cercle de 24 millimètres de rayon : si c'est un carré, on l'obtiendra en traçant un carré d'un millimètre de côté, décrivant de ses quatre angles des circonférences, et raccordant les quatre quarts par des tangentes d'un millimètre de longueur. Dans un triangle équilatéral d'un millimètre de côté, ce seraient trois arcs de cercle, décrits avec un centimètre de rayon, que l'on raccorderait par des tangentes d'un millimètre, ainsi de suite. Or, il est évident que la forme de l'orifice, à cause de sa petitesse, disparaît finalement dans l'image, et que le faisceau produit est sensiblement conique. Tout se passe à très-peu près comme si l'orifice était un point unique, et comme si le faisceau immergent ayant son sommet au centre de l'orifice, avait pour génératrice une droite, rasant le contour du disque apparent du Soleil. La section de ce cône par un plan donne donc réellement une image du Soleil, et c'est bien avec raison, qu'on donne le nom d'images à ces projections lumineuses. Les images seront donc des cercles sur tout plan perpendi-

culaire à l'axe du faisceau, et des ellipses sur tout plan incliné.

Aussi, l'on remarque que, dans un appartement dont les volets sont fermés, toutes les petites ouvertures qui laissent pénétrer quelques rayons solaires, projettent des cercles lumineux ou des ellipses sur les corps qui les interceptent, quelque irrégulière que soit la forme de ces orifices. Le même phénomène se produit encore quand les rayons solaires trouvent quelques interstices au travers d'un feuillage épais; ils dessinent encore sur le sol des cercles ou des ovales qui sont l'image du Soleil, et ne ressemblent en rien aux ouvertures irrégulières qui les ont produits. Par la même raison, quand le Soleil est éclipsé, ces images tracent sur le sol, non plus des cercles, mais des croissants, dont les phases suivent les mêmes progrès que l'éclipse : on peut donc observer l'éclipse en regardant par terre ou dans un appartement clos. Les images de la lune donnent lieu aux mêmes apparences, mais avec une intensité bien moins prononcée.

Faisons remarquer, en passant, que la gnomonique offre plus de précision qu'on ne croirait de prime-abord, puisque l'on peut déduire de ce qui précède un moyen assez exact de déterminer le diamètre apparent du Soleil, et qui eût pu servir, avant l'invention des instruments, à reconnaître les variations de ce diamètre, et par suite les changements qu'éprouve la distance qui nous sépare de cet astre. Si dans une chambre entièrement close, on perce dans le volet un petit trou à la vrille, et qu'on en reçoive la lumière sur un écran disposé perpendiculairement au rayon solaire incident, le demi-diamètre de l'ouverture viendra s'ajouter de tous les côtés au pourtour d'un cercle, qui serait la base d'un cône dont le sommet serait au centre de l'orifice, et dont l'angle au sommet serait précisément le diamètre apparent du Soleil. Donc, en retranchant du diamètre de la projection lumineuse obtenue sur l'écran le diamètre de l'orifice, on aurait de suite le côté opposé à l'angle, ou l'angle au sommet du cône et la valeur du diamètre apparent. On reconnaîtrait ainsi d'une manière assez approchée, que le diamètre du cercle lumineux, et par suite le diamètre apparent du Soleil, est plus grand en

hiver qu'en été. L'on trouverait aussi que l'angle soutendu moyennement par le Soleil, est de $52'$ environ, représenté par l'angle au sommet d'un triangle isocèle opposé à un côté 107 fois moindre que la distance de ce côté au sommet de l'angle. De là résulte la règle que nous avons donnée pour effectuer la correction du demi-diamètre.

Il serait à désirer que le faisceau de lumière qui traverse l'orifice, projetât toujours sur le cadran un contour circulaire. On apprécierait bien mieux l'instant où le centre de ce cercle passe sur les lignes horaires, que dans le cas où la projection est une ellipse. Mais il est impossible d'obtenir ce résultat d'une manière permanente, puisque la projection lumineuse d'un cercle sur un plan n'est un cercle que dans le cas où le cercle et le plan sont tous deux perpendiculaires aux rayons solaires; circonstance qui ne pourrait être obtenue rigoureusement que pour une heure et un jour déterminés de l'année. La question se réduit à approcher autant que possible de ce résultat, sans nuire à des conditions encore plus importantes.

65. D'après les considérations précédentes, il est aisé de prouver que *la meilleure disposition à donner à la plaque d'un cadran solaire, consiste à la poser toujours parallèlement à la surface du cadran.*

En effet, concevons que le centre d'une plaque percée d'un trou circulaire, demeurant à une distance fixe du plan d'un cadran, cette plaque soit mobile autour de son centre. Examinons la forme des images produites.

Le cylindre directeur de tous les faisceaux coniques projetera une ellipse sur le cadran, dans toutes les positions de la plaque, excepté quand celle-ci deviendra parallèle au cadran; mais les faisceaux coniques qui viendront border leur directrice cylindrique, produiront sur son contour des ellipses semblables et même égales entr'elles; car on peut bien négliger les variations de longueur des cônes interceptés entre le cadran et les bords de l'orifice, variations produites par le mouvement de celui-ci. Ainsi, dans les diverses positions de la plaque, la section cylindrique directrice variera

de grandeur et de forme, depuis la ligne droite jusqu'au cercle, tandis que les ellipses génératrices demeureront constantes, et viendront dans tous les cas border cette section. Or, il est bien clair, que si la courbe directrice est un cercle, une fois pour toutes, l'image lumineuse sera moyennement moins aplatie, et d'un aspect plus favorable à la lecture de l'heure (*).

64. Tout angle saillant d'un polyèdre, c'est-à-dire celui qui est moindre que 180° , donnera lieu à une ombre portée anguleuse, dont le sommet sera un point unique bien marqué. Mais un angle rentrant, celui qui est plein dans une étendue plus grande que 180° , et que la lumière traverse librement dans le complément de son ouverture à 360° , ne donne plus lieu à une forme d'ombre pareille (Fig. 14). Le sommet de l'angle est effacé et remplacé par une portion de cercle ou d'ellipse qui vient se raccorder tangentiellement avec les ombres des deux arêtes du polyèdre. Aussi, nous avons conseillé de procéder aux expériences d'ombres, au moyen d'un parallépipède rectangulaire, et non pas avec deux pièces se coupant en équerre, telles que sont les croisillons d'une fenêtre. Dans le premier cas, l'ombre a la forme indiquée par la figure 14 et dans l'autre, celle de la figure 15; celle-ci ne peut évidemment donner que des résultats incertains.

(*) On pourrait objecter, à la vérité, que si l'ellipse de la section cylindrique avait son petit axe dirigé dans le sens du grand axe des images produites par les faisceaux coniques, il s'établirait par suite une compensation, qui produirait une image plus arrondie que dans le cas du parallélisme que nous proposons. Mais, il n'en serait pas ainsi en vertu de la disposition ancienne des plaques. En effet, on peut démontrer, ou reconnaître par une construction, que, lorsqu'un faisceau cylindrique traverse un orifice circulaire, les diamètres conjugués de l'ellipse produite sont parallèles, l'un à la trace du plan de l'orifice sur l'écran, l'autre à la projection des rayons lumineux sur ce même plan. Dans l'ancienne disposition, l'un des diamètres est donc parallèle à l'équinoxiale du cadran, et son conjugué à la direction même de l'ombre. Dans ce cas, le grand axe de l'ellipse passe dans le voisinage du pied du style; et comme, d'ailleurs, le grand axe des ellipses coniques tend vers ce même point, les grands axes s'ajoutent d'une part, dans l'image produite, les petits s'ajoutent d'une autre, et en définitive, la courbe est plus allongée que si le plan de la plaque était parallèle au cadran.

Ces considérations, aidées par la figure, font ressortir une vérité intéressante (Fig. 15). Le corps de la figure 15 n'est autre chose que celui de la figure 14, dans lequel on a changé le vide en plein, et réciproquement. L'arête A, B, C de séparation d'ombre et de lumière, étant demeurée constante, la génération des deux limites de l'ombre portée dans les deux cas est produite par le mouvement du même cône lumineux. Ces deux limites embrassent donc toute l'étendue de la pénombre des deux corps A, B, C. La limite A', B', C' de l'ombre portée pure, du premier solide devient, dans le second, la séparation de pénombre et de lumière; et réciproquement, la limite de la lumière pure, dans le premier cas, est, dans le second, la démarcation de l'ombre pure. Ainsi, en général, si dans un corps de forme quelconque on change le vide en plein, en conservant les mêmes arêtes; comme si on substituait à un corps son empreinte, les limites de la pénombre seront les mêmes dans les deux cas; mais la lumière pure, dans l'un des cas, deviendra l'ombre pure dans l'autre: la pénombre ne sera que retournée.

De là résulte une autre remarque, c'est que les quantités d'ombre et de lumière reçues dans les deux cas, par un même point de la pénombre, sont complémentaires l'une de l'autre, c'est-à-dire, que la somme des lumières reçues, dans les deux cas, est égale à celle que reçoit un point en pleine lumière, et que la somme des ombres portées, sur ce même point, est égale à l'intensité de l'ombre pure.

Cela résulte nécessairement de ce qu'un même point de la pénombre, ne reçoit qu'une partie de la lumière émanée du disque solaire, et qu'il est plongé dans l'ombre de l'autre partie. Le segment qui l'éclaire dans une situation, le met dans l'ombre dans la seconde, et tour à tour le même point reçoit la lumière et l'ombre de deux segments, dont la réunion constitue le disque entier du Soleil.

Pour ne pas nous éloigner de notre sujet, nous n'étendrons pas plus loin ces considérations, qui ne seraient pas toutefois dénuées d'intérêt, ni d'applications, et nous nous bornerons à celles qui peuvent être utiles en gnomonique. L'on peut déjà tirer parti de ce qui précède, car, dans mon opinion, avant

de tracer un cadran solaire sur un monument, et d'arrêter les dimensions de l'orifice gnomonique et sa situation, il faudrait construire sur le papier, en vrai grandeur, la projection lumineuse de cet orifice, pour voir de quelle manière l'image indicatrice se présentera aux lignes horaires dans les différentes parties du cadran. Les règles que nous donnerons suffisent dans les cas ordinaires; mais si l'on vise à atteindre une sorte de perfection, ce n'est que par des tâtonnements que l'on obtiendra les positions et les dimensions les meilleures. Revenons aux orifices communément employés, ceux qui ont quelques millimètres d'ouverture.

65. Après avoir établi, d'une manière qui nous paraît incontestable, la meilleure disposition à donner à une plaque gnomonique, il reste à déterminer la dimension de l'orifice.

Et d'abord, nous ne devons pas songer à en réduire les dimensions outre mesure, dans l'espérance d'en réduire la projection lumineuse sur le cadran; attendu que, en vertu de ce qui précède, cette projection, vue du centre de l'orifice, soutend toujours un angle égal au diamètre apparent du Soleil, plus le diamètre apparent de l'orifice vu du centre de sa projection. Donc, en réduisant cet orifice au-delà de certaines limites, on n'obtiendrait d'autre résultat sensible que de réduire proportionnellement la lumière de sa projection, dont les bords ne trancheraient plus alors avec l'ombre pure. On peut conclure de là *que le diamètre de l'orifice doit croître proportionnellement à la hauteur du style.*

66. D'un autre côté, si l'ouverture était trop grande, au centre de sa projection se trouverait une ellipse entièrement éclairée par le Soleil, dont l'existence affaiblirait le contraste que l'on recherche entre l'ombre et la pénombre des bords de l'orifice. Il faut donc réduire ses dimensions assez, pour qu'en aucun des points où elle projetera son contour, son diamètre ne soutende un angle plus grand que le diamètre apparent du Soleil. Cette condition sera satisfaite en donnant à l'orifice un diamètre moindre que la 107^e partie de sa distance au point d'ombre le plus

voisin ; mais , comme la limite participe des inconvénients qu'il y aurait à la dépasser , on a , avec quelque raison , fixé pour nos climats la dimension de l'orifice à la $4/4^e$ partie de sa distance au plan même du cadran.

En fixant ainsi cette limite , on a obtenu un nouvel avantage , qui n'est pas à dédaigner ; c'est que l'image lumineuse ainsi produite ne forme plus qu'une demi-teinte , plate , dont les bords tranchent bien mieux avec l'ombre pure , et ne laissent , pour ainsi dire , plus d'incertitude sur leur démarcation. En effet , les bords internes de la pénombre se recouvrent ; ils seraient plus lumineux sans cette circonstance , mais , par leur duplication , ils reçoivent plus d'ombre , et l'effet qui en résulte est une pénombre d'une intensité à peu près uniforme au milieu de l'ombre de la plaque. Comme ces différentes circonstances dépendent de la distance de la plaque à son ombre , et ne sont liées que secondairement à celle qui sépare la plaque du cadran , il paraîtra rationnel de fixer sur d'autres bases la dimension des orifices gnomoniques , en nous rapprochant toutefois de la limite empirique consacrée par l'expérience , et nous adopterons comme règle , *que l'ouverture de la plaque gnomonique doit être la 150^e partie de sa distance au point d'ombre le plus voisin.*

67. Enfin , pour que la projection lumineuse de l'orifice soit suffisamment isolée des parties du cadran frappées par le Soleil , on donne à la plaque *un diamètre égal au tiers de sa distance au cadran , ou de la hauteur du style.*

68. Si la pièce gnomonique , au lieu d'être une plaque percée , était une sphère portée par une tige ou par un obélisque , comme on l'a fait quelquefois dans l'antiquité , alors ses dimensions ne devraient pas être réglées par la plus courte distance du gnomon à son ombre , mais bien par la plus longue de ces distances. En effet , quand un corps se trouve sur le passage des rayons solaires en avant d'un écran , à une distance plus grande que 107 fois son épaisseur , il ne peut plus s'y trouver aucun point entière-

ment privé de rayons solaires, ni de contour bien tranché ; par suite, il ne peut pas exister d'ombre pure. Dans ce cas, le seul effet produit est une pénombre diffuse dans tous les sens, qui ne peut plus donner aucune indication précise. Mais si la boule indicatrice est plus grande que la 107^e partie de sa plus grande distance à son ombre sur un plan, celle-ci est alors une ellipse parfaitement tranchée sur la pénombre.

69. La méridienne horizontale et la latitude étant connues, on est en mesure de tracer un cadran sur une surface quelconque. En effet, toute parallèle à la méridienne est encore une méridienne. Si, en deux points de celle-ci, on élève exactement des verticales avec des fils-à-plomb, on aura le plan du méridien, dans lequel devra se trouver le style ou l'axe du style, formant avec l'horizon, un angle égal à la latitude. L'intersection de l'axe du style avec le cadran, est le point de concours des lignes horaires, que l'on tracera par les procédés déjà exposés, ou bien encore par un moyen bien simple, avec l'emploi de la montre.

4^e SECTION.

Suite des déterminations graphiques.

70. Il faut préalablement bien régler sa montre sur le temps vrai, avec le secours de la méridienne déjà obtenue. C'est ce qu'on fera, en mettant les aiguilles sur midi, à l'instant où le midi vrai est donné par la méridienne, et comparant encore le lendemain la montre à la méridienne. Si le lendemain la montre avance de deux minutes sur le cadran, on en tiendra note, et, sans toucher de nouveau aux aiguilles, on considérera la montre comme réglée, parce qu'avec un petit calcul fort simple, on connaîtra, pour chaque heure et pour chacun des jours suivants, quelle heure il est au Soleil, par l'heure de la montre. On en conclura que le surlendemain, à midi, la montre avance de 4 minutes sur le Soleil ; qu'à six heures du matin, elle avançait de 3 minutes et demie, et qu'elle avancera de 4 minutes et demie, à six heures du soir, etc.

71. D'après cela, avec cette simple correction, s'il y a lieu, on pourra marquer d'heure en heure, ou de demi en demi-heure, l'ombre du style sur le cadran. Il suffirait ensuite de joindre ces points d'ombre au centre du cadran, pour avoir les lignes horaires, par le plus simple et même le plus exact de tous les moyens.

Mais ce moyen n'est pas toujours applicable dans un temps donné, en ce qu'il nécessite la succession de plusieurs jours sereins. Heureusement nous pouvons, par une seule observation d'ombre, faite hors du méridien, non-seulement régler la montre, mais encore déterminer la méridienne, et, par suite, plusieurs éléments intéressants à connaître dans l'emploi de la Gnomonique.

72. *Premier problème* : HH' étant l'horizontale, soit OSA la direction du centre du Soleil, observée par son ombre, et corrigée du demi-diamètre et de la réfraction, ainsi que nous l'avons dit plus haut. Je considère le papier comme étant le plan du méridien même, et j'y trace l'axe du monde SP , formant, avec HH' , un angle de $49^{\circ} 7'$, latitude de Metz. Puis je construis encore, avec le rapporteur, une droite $S12$, formant, avec SP , un angle de $78^{\circ} 45'$, complément de la déclinaison le 24 août 1859. Cette droite $S12$, forme, avec SH' , un angle égal à la hauteur méridienne qu'atteindra, le jour de l'observation, la hauteur du Soleil. Si, du point 12 , pris arbitrairement, j'abaisse, sur SP , une perpendiculaire $12b$, cette droite représentera, en projection sur le méridien, le parallèle parcouru par le Soleil ce jour-là. En le rabattant sur le méridien et le divisant en 24 parties égales, nous aurions le lieu du Soleil aux heures entières du jour, puis, en abaissant, de tous ces points de division sur $b12$, des perpendiculaires, leurs pieds y marqueraient la hauteur de l'astre au-dessus de l'horizon. Du pied a de l'une d'elles aa' , menons une parallèle aA à SH' , joignant AS , l'angle ASH' , serait la hauteur apparente de l'astre pour l'heure correspondante au point a' . La construction que nous indiquons est donc la solution de ce problème : *Trouver la hauteur apparente du Soleil à une heure quelconque du jour. On peut en avoir besoin en maintes circonstances.*

73. Réciproquement, cette hauteur étant connue, on peut, en reprenant la construction dans l'ordre inverse, déterminer l'heure de l'observation. Du point A on mène la droite Aa, parallèle à HH', et du point a on élève la perpendiculaire aa' à b12, le point de rencontre a', avec la circonférence, donnera l'heure cherchée. Dans le cas de la figure, cet instant correspond à 8^h 4' du matin.

J'estime qu'en faisant cette construction avec soin sur une échelle plus grande, et subdivisant le cercle b12 en un plus grand nombre de parties dans le voisinage du point a', on atteindrait à une exactitude d'un quart, ou même d'un huitième de minute, ce qui suffit bien grandement aux besoins de la Gnomonique.

74. La même figure va nous donner l'azimut du Soleil, pour l'instant de l'observation, c'est-à-dire, l'angle que forme le plan vertical de l'astre avec le méridien : nous en concluons donc la méridienne elle-même.

En effet, l'azimut du Soleil n'est autre chose que l'angle formé par les deux plans verticaux passant par Sz et S12. Le sommet de cet angle dièdre est la verticale SZ, et sa mesure est l'angle des deux intersections qu'on obtiendra, en coupant ces deux plans verticaux par le plan horizontal BD. Or, en rabattant ce dernier angle autour de BD, le point a viendra en a'' sur une perpendiculaire Da'' à BD, et à une distance Da'' égale à aa', ce qui détermine le second côté Ba'' de l'angle, et nous donne l'angle a''BD pour la mesure de l'azimut cherché.

75. Si l'on a marqué sur un plan horizontal l'ombre observée, cette ombre étant située précisément dans le vertical du Soleil, en construisant, avec celle-ci, un angle égal à l'azimut obtenu, la méridienne s'en suit. Pour la tracer, il suffit, SS' étant la distance du style au cadran, de la rabattre autour de SH ; on fait ensuite l'angle ES'S égal à celui que formait l'ombre avec la normale au mur ; puis l'angle ES'F égal à l'azimut obtenu, et l'intersection F, par laquelle on élèvera la verticale CM, déterminera la méridienne du cadran vertical.

Il ressort de cette construction que l'angle $SS'F$ est la déclinaison du mur, élément important pour faire d'avance le projet d'un cadran vertical.

Pour avoir le centre du cadran, on rabattra le style autour de la méridienne, en formant FS'' égal à FS' , puis en construisant l'angle $CS''F$ égal à la latitude, le point C sera le centre du cadran, dont on pourra compléter le tracé en un seul jour, avec la montre ou la construction géométrique.

76. La même figure nous procure la solution graphique de plusieurs problèmes intéressants d'astronomie et de gnomonique. Par exemple, si du point L , on élève une perpendiculaire au diamètre $b12$, jusqu'au parallèle diurne $B12$; on y lira l'heure du lever et du coucher du Soleil. On construirait d'ailleurs, comme plus haut, l'azimut du Soleil pour cet instant.

77. *DEUXIÈME PROBLÈME* : Il est encore intéressant de savoir à quelle heure une façade commence et cesse d'être éclairée par le Soleil.

Pour le déterminer, remarquons que les angles $S'FH'$, $S'FH$ sont respectivement ceux que forme le méridien avec le mur du côté de l'Orient et de l'Occident. La façade ne sera éclairée qu'autant que l'azimut du Soleil sera moindre que chacun de ces deux angles. Il suffit donc de déterminer à quelle heure du matin et du soir l'azimut du Soleil deviendra égal à chacun de ces deux angles.

Or, nous voyons à l'instant que l'angle $L'SH'$, azimut du Soleil levant, est moindre que $S'FH'$; donc le mur sera frappé par les rayons solaires, aussitôt après l'apparition de l'astre sur l'horizon. Cherchons l'heure du soir où ce mur passera dans l'ombre.

Première solution : Construisons l'angle DBQ égal à $S'FH$; concevons cet angle DBQ placé horizontalement, en le faisant tourner autour de DB , et cherchons l'intersection du plan vertical passant par BQ , avec le parallèle diurne projeté en $B12$. Ce cercle lui-même se projettera horizontalement, suivant une

ellipse, dont le demi-grand axe est le rayon $b12$, et le demi-petit axe $B'K$. Du point B' , comme centre, et avec ces deux demi-axes pour rayons, traçons deux cercles; puis construisons, avec leur moyen, la projection elliptique du cercle $b12$, au moins dans la partie où elle doit couper la droite BQ . Pour cela, traçons différents rayons, et, par leurs intersections avec les deux cercles, menons des parallèles aux deux axes $B'K, B'K'$; en joignant les points de rencontre de ces droites deux à deux, nous aurons l'ellipse cherchée. Par son point Q de rencontre avec BQ , abaissons la perpendiculaire $QQ'q'$ sur BD , et nous aurons en q' , la position du Soleil, à l'instant où son centre passe dans le plan du mur. Il suffit donc d'élever la perpendiculaire $q'q$, pour que le point q marque l'heure cherchée. Dans le cas actuel, on voit que le mur cesse d'être éclairé le 24 août, à 3^h 12' de l'après-midi.

78. *Deuxième solution* : On peut simplifier cette solution et la rendre plus rigoureuse, en supprimant la construction de l'ellipse.

Élevons BN , perpendiculaire à $B12$, joignons $N12$, et cherchons l'intersection du plan vertical, passant par BQ , avec cette droite $N12$, rabattue dans le plan du cercle diurne.

Portons BN' égal à BN , et joignons $N'K$, cette droite sera la projection horizontale de $N12$. Par son intersection I , avec BQ , élevons la verticale II' , et par I' , élevons la perpendiculaire $I'I''$ à $B12$, nous aurons, sur $N12$, son intersection avec le plan vertical BQ , et en joignant enfin $BI''q$, nous retombons sur le point horaire précédemment déterminé.

Nous avons résolu, au moyen d'une seule observation d'ombre, la majeure partie des problèmes qui peuvent se présenter; mais la solution suppose la connaissance de la latitude du lieu et de la déclinaison du Soleil. Elle suppose en outre que l'observation a été faite sur un plan parfaitement horizontal ou vertical, on y aura employé d'ailleurs le solide dont nous avons conseillé l'usage. Maintenant, sans autre connaissance préalable; et seulement par l'observation des ombres, nous allons arriver à la détermination des mêmes éléments; c'est ce que La Prise nomme le pro-

blème général de la Gnomonique, et dont il croit être l'inventeur, bien que longtemps avant lui, La Hire en eût déjà publié une solution, à la vérité différente. Quoiqu'il en soit, en voici l'énoncé.

79. *TROISIÈME PROBLÈME : Par trois ombres corrigées du même point d'un corps sur un plan quelconque, et observées le même jour, déterminer l'axe du monde, et, par suite, tous les éléments nécessaires au tracé du cadran.*

Ce problème est déterminé; car le Soleil décrit chaque jour, autour de l'axe du monde, un cône droit, dont les trois lignes d'ombre observées sont les génératrices. Or, un cône droit est complètement déterminé de grandeur et de position, par trois de ses génératrices. En outre, ce problème est susceptible de deux solutions, dont nous parlerons successivement, en commençant par celle de La Prise.

80. *Première solution :* La construction est fondée sur les considérations suivantes : Si, sur trois génératrices d'un cône droit, on porte, à partir du sommet, des longueurs égales, les trois points ainsi marqués appartiendront à un plan perpendiculaire à l'axe du cône; d'où il résulte que cet axe lui-même se trouvera déterminé. Appliquons maintenant la construction.

1° Soient 1, 2, 3 (Fig. 2), les trois points d'ombre, sur le plan, que je prends pour plan de projection. S est la projection du style sur ce plan, et Sa est la distance qui l'en sépare. Ainsi, S1, S2 et S3 sont les projections des trois génératrices du cône; construisons-les en vraie grandeur, en les rabattant autour de leurs projections; elles deviennent ainsi a1, b2, d3. C'est à ces trois droites qu'on aura appliqué la correction connue. Ici nous la supposons faite.

Du sommet rabattu en b et d, portons, sur les deux génératrices les plus longues, des longueurs égales. bb' et dd', à la plus courte a1; puis redressons ces trois génératrices. Les trois points, également distants du sommet 1, b', d', viendront en 1, b'', d'', sur des perpendiculaires à S2 et S3, b'b'', d'd'', qui sont les distances au plan des points re-

dressés b' et d' . Par ces deux points, menons une droite dans l'espace, le point où elle percera le plan de projection, appartiendra à l'intersection commune de ce plan et de celui du cercle passant par les points équidistants du sommet du cône 1, b'' et d'' . Joignons $b''d''$, et rabattons la droite autour de sa projection, cette droite $b''d''$ vient couper $b''d''$ en x , qui est aussi le point où elle perce le plan de projection. Enfin, joignons $1x$, et nous aurons l'intersection de la base du cône et du plan. L'équateur céleste étant parallèle au cercle décrit chaque jour, ou à la base du cône mentionné, son intersection par le plan où nous opérons, serait parallèle à $1x$, qui est, par suite, parallèle à l'équinoxiale du cadran. Donc S, étant pris pour style, SE, perpendiculaire à $1x$, est la soustylaire.

2° Cherchons l'angle compris entre le plan de projection, et celui de la base du cône passant par $1x$: à cet effet, coupons-les tous deux perpendiculairement à leur commune intersection $1x$, par un plan passant par la soustylaire, et que nous rabattrons autour de celle-ci. Menons $d''A$, parallèle à $1x$, portons $SA = d'd''$, et l'angle ABS ne sera autre chose que celui que nous cherchons.

3° Par S' , menons $S'E$, parallèle à AB, et $S'C$ perpendiculaire, le point E appartiendra à l'équinoxiale du cadran, et C en sera le centre.

4° Si maintenant, du sommet du style, nous faisons tomber une verticale sur le cadran, le pied Z, joint au point C, nous donnera la méridienne, et, par suite, tout le tracé du cadran s'en déduira à la manière ordinaire.

La ligne SZ sera la direction de la ligne de plus grande pente du plan, et SH sera celle de l'horizontale tracée sur sa surface. L'angle SHZ, est celui que forme la normale au plan avec la verticale, ou, en d'autres termes, l'inclinaison du plan avec l'horizon.

5° Pour avoir la latitude du lieu, il faut rabattre l'axe du monde autour de la méridienne, et défalquer de l'angle que ces droites forment entre elles, celui que forme la méridienne du plan avec l'horizon.

Le rabattement de l'axe, projeté en SC autour de CZ, ne

présente aucune difficulté. On abaisse SS''' , perpendiculaire à CZ et SS'' , parallèle à la même droite; on joint PS'' , qui est la plus courte distance du sommet du style à la méridienne; puis on ramène, par un arc de cercle PS''' , égal à PS'' . La droite CS''' est évidemment le rabattement de l'axe du style, et l'angle $S'''CZ$, nous fournit la première partie de la solution. Passons à l'angle que forme CZ avec l'horizon.

Le point K , rencontre de CZ et de HS , est au même niveau que S , parce que HS est horizontale; mais le point Z est plus bas d'une hauteur qu'il faut trouver. Menons SU , perpendiculaire à ZH , il est clair que ZU est la différence de niveau entre S et Z , ou entre K et Z . Maintenant, de Z comme centre, décrivons l'arc de cercle UL , menons-lui la tangente KL , et l'angle LKZ est manifestement celui que nous cherchons. Traçons enfin CY , parallèle à KL , et l'angle YCS''' , différence entre les deux ZCS''' et ZCY , est la latitude du lieu. Pour le cas de la figure, ce serait $25^{\circ} 15'$.

81. *Deuxième solution* : Cette solution est fondée sur le principe suivant : Si l'on divise en deux parties égales, l'angle que forment deux génératrices quelconques d'un cône droit à base circulaire, par un plan perpendiculaire à celui qui contient ces deux génératrices; le plan bissecteur passera par l'axe du cône. D'où il résulte que l'intersection de deux de ces plans sera l'axe du cône lui-même.

1^o Reprenons les mêmes données que précédemment, et passons à la construction (Pl. VI, Fig. 1).

Construisons d'abord, en vraie grandeur, les trois génératrices projetées en $S1$, $S2$, $S3$; nous obtiendrons les droites $a1$, $b2$, $d3$. Rabattons autour de $1-2$, l'angle projeté en $1S2$; le point S vient en S' , sur SS' perpendiculairement à $1-2$; et les droites $S'1$ et $S'2$ sont respectivement égales à $1a$ et $2b$. Divisons l'angle $1S'2$ en deux parties égales, et le point A de la bissectrice $S'A$, qui se trouve sur la charnière $1-2$, appartiendra à la fois à un plan bissecteur, et à son intersection par le plan du cadran. Pour compléter la détermination de ce plan bissecteur des deux génératrices $S1$

et S2, il reste à trouver un second point, appartenant à sa trace sur le plan de projection.

Remarquons ici que si par SS', nous faisons passer un plan perpendiculaire au plan de projection, ce plan sera aussi perpendiculaire à celui des deux génératrices projetées en S1 et S2. Il coupera le plan bissecteur suivant une droite perpendiculaire au plan des deux génératrices, ainsi qu'à toutes celles qui sont tracées dans ce dernier plan. Rabattons autour de SS', le plan auxiliaire que nous y avons fait passer, ainsi que ses intersections par les deux autres plans que nous considérons. Le sommet S vient en S'', joignons S''L, élevons une perpendiculaire S''K à cette droite; et cette dernière, par sa rencontre avec S'SK, nous donne le point K, qui appartient encore au plan bissecteur. Donc, en joignant AK, nous aurons la trace du plan bissecteur des deux premières génératrices, sur la surface du cadran.

En répétant la même opération pour les deux génératrices S2 et S3, nous trouverons A'K', pour la trace de leur plan bissecteur, sur la surface de projection. Le centre du cadran va donc se trouver à la rencontre des deux droites AK et A'K'.

2° On peut, comme vérification, déterminer la trace du troisième plan bissecteur des génératrices S1 et S3: cette trace devrait concourir au point C. Il est évident d'ailleurs, qu'en répétant ici les constructions précédemment faites, nous déterminerions tous les éléments dont nous nous sommes déjà occupés à la figure 2°. Cependant, il en est un que nous avons omis, pour ne pas compliquer la figure: je veux parler de la déclinaison du Soleil.

Cet angle étant la différence à 90° de l'angle compris entre l'axe du monde et la direction d'un rayon solaire, il faut obtenir, par un rabattement, l'angle compris entre l'axe du style et l'une des directions d'ombre observées. Rabattons, par exemple, autour de CI, l'angle compris entre le style et le rayon d'ombre projeté en S1.

Le sommet du style viendra tomber en S', sur une perpendiculaire à CI, et à une distance S'H, égale à Hd, ou à la distance entre le sommet du style et le point H. Par suite, OS'P est l'angle que forme le Soleil avec le pôle

élevé, et OS'E est la déclinaison de l'astre, que la figure nous donne de 19 degrés.

82. *Quatrième problème* : La Hire a résolu, bien avant La Prise, un autre problème général, qu'il est intéressant de connaître, bien qu'il donne lieu à une construction moins simple que celle qui précède, et qu'il ait aussi moins de généralité. En voici l'énoncé :

Par deux ombres corrigées d'un même point sur un plan quelconque, observées à des heures aussi distantes que possible l'une de l'autre, le même jour ou deux jours différents, déterminer tous les éléments nécessaires au tracé du cadran.

On admet que l'on connaisse la déclinaison du Soleil, correspondante à l'instant de chacune des observations, c'est-à-dire, que l'on ait entre les mains un Annuaire du bureau des longitudes, livre dans lequel cet élément est donné, pour l'instant de midi, et pour tous les jours de l'année.

Montrons d'abord que le problème est déterminé.

Puisque la plus courte distance du Soleil à l'équateur, n'est autre chose que la déclinaison de l'astre, si nous prenons la direction du rayon lumineux que nous envoie son centre, pour axe d'un cône droit, dont la génératrice formerait, avec celui-ci, un angle égal à la déclinaison, ce cône sera tangent au plan de l'équateur céleste. Un second cône, de même génération que celui-ci, compléterait donc la détermination du plan équatorial.

83. *Première solution* : La solution du problème résulte de là : en effet, si on détermine l'intersection de ces deux cônes, ayant leur sommet commun à l'extrémité d'un même style, par un même plan, les deux sections qui en résulteront seront tangentes à la trace de l'équateur sur ce plan, ou à l'équinoxiale du cadran, qui en sera la conséquence. Passons à la construction.

(Pl. VII, Fig. 1.) Les deux points 1 et 2 sont l'ombre, sur le cadran, du style projeté en S, et dont la distance à ce cadran est SS'. Nous supposons que ces deux ombres ont été obtenues le jour où le Soleil entre dans le signe du Taureau,

on comprendra de suite quelles modifications exigerait l'épure, dans le cas où ces ombres auraient été obtenues à deux époques différentes. Nous savons donc que le jour de l'observation, la déclinaison du Soleil était de $11^{\circ} 29'$.

Nous construisons d'abord en vraie grandeur la longueur des deux rayons d'ombre qui, du sommet du style, aboutissent aux points d'ombre, et nous obtenons, pour ces deux longueurs, les droites $S'1$ et $S'2$. Des deux côtés de chacune d'elles, nous formons des angles de $11^{\circ} 29'$, valeur de la déclinaison; ce qui nous donne le rabattement des deux génératrices de chaque cône, contenues dans le plan normal au cadran. L'intersection de ces droites par les droites $S1$ et $S2$, donne le grand axe des sections coniques cherchées, et qui résultent, comme nous l'avons dit, de l'intersection des deux cônes de déclinaison avec le plan du cadran, pris pour plan de projection.

Maintenant, nous pouvons appliquer au tracé de ces courbes, une des nombreuses constructions connues, et dont nous avons déjà fait l'application; mais voici celle que La Hire a donnée, telle qu'on la trouve détaillée dans le *Traité des instruments de Bion* (1725):

On trace un cercle du point I , comme centre, avec un rayon arbitraire; puis on mène un rayon quelconque IA , ou plutôt deux rayons équidistants, IA , IA' , afin de construire à la fois, deux points symétriquement placés par rapport à l'axe de la courbe Xb . Cherchons, sur le rayon IA , le point où la génératrice vient percer le cadran. Et d'abord, déterminons la distance du point A au sommet du style, en rabattant le triangle, dont les trois angles sont ce sommet, d'une part, et les points I et A d'une autre.

Décrivons, avec le rayon SA , l'arc de cercle AA' , la droite $S'a$, n'est autre chose que la longueur de ce côté du triangle, dont les deux autres côtés connus sont, l'un $S'I$, et l'autre IA . Pour construire ce triangle, du point S' , comme centre, avec un rayon $S'a$, décrivons un arc de cercle aa' , et joignons $S'a'$; le triangle $S'a'I$ n'est autre que le rabattement cherché.

Ici la génératrice $S'V$ vient percer le côté $a'I$ en a'' . Du

point I, comme centre, ramenons celui-ci en a''' et a'' sur les deux rayons IA et IA', et nous aurons deux points de la courbe, qui est ici une ellipse. En répétant cette construction autant qu'il sera nécessaire, nous en aurons le tracé complet.

Exécutons le même tracé, pour le second point d'ombre, et nous aurons la portion d'ellipse LMN. Enfin, menons la tangente commune, et nous aurons l'équinoxiale du cadran. Nous ne répéterons d'ailleurs pas ce que nous avons déjà dit précédemment : chacun sait que l'équinoxiale donne la soustylaire. La perpendiculaire au plan équinoxial, menée par le sommet du style, donnera l'axe du monde, ou celui du style; et le point de rencontre de celui-ci avec le cadran, en donnera le centre. La verticale, passant par le sommet du style, combinée avec le centre du cadran, déterminera le plan du méridien, dont la trace sur le cadran sera la méridienne. Tout le tracé du cadran s'en suivra donc sans difficulté.

84. *Deuxième solution* : M. Gosselin, Chef de bataillon du Génie, donne, pour la solution de ce problème, une méthode plus élégante, et surtout plus simple que celle de La Hire. Voici sur quel principe elle est fondée :

Deux rayons solaires étant connus de position par les ombres qu'ils ont produites, on peut les considérer comme les axes de deux cônes droits, tangents au plan de l'équateur céleste, et dont l'angle au sommet serait le double de la déclinaison du Soleil. Ces deux cônes ont leur sommet en un même point, qui est le sommet du style. L'équateur, qui est tangent à ces deux cônes à la fois, est aussi tangent à toutes les sphères inscrites dans ces deux cônes. Donc si, à chacun des cônes, nous substituons une des sphères qui y sont inscrites, l'équateur se trouvera également déterminé, par la condition d'être tangent aux deux sphères, et de passer par le sommet du style. Maintenant, concevons un nouveau cône, différent des premiers, et qui enveloppe les deux sphères que nous leur avons substituées. Le plan de l'équateur, tangent aux deux sphères, le sera aussi à ce cône. En effet, ce dernier peut être considéré comme en-

gendré par un plan roulant sur les deux sphères, et dont l'équateur cherché ne serait qu'une position particulière. Donc, en définitive, le problème se réduit à mener, à ce dernier cône, par le sommet du style, un plan tangent, qui sera le plan de l'équateur. Passons à la construction.

(Planche VII, Fig. 2.) Soient 1 et 2, les deux points d'ombre obtenus, le jour où la déclinaison du Soleil est de $11^{\circ} 30'$, boréale.

Rabattons, comme à l'ordinaire, les deux rayons lumineux en $S'1$ et $S''2$; puis construisons des angles $1S'a$, $2S''b$, égaux à $11^{\circ} 30'$. Ce sont les demi-angles au sommet des deux cônes, qui, dans l'espace, sont tangents à l'équateur. Substituons-leur deux sphères ayant leur centre sur le plan du cadran; menons les perpendiculaires $1a$, $2b$; ce sont les rayons de ces sphères, et de leurs intersections par le plan du cadran. Traçons ces deux cercles, et joignons 1—2, ce sera l'axe d'un nouveau cône, enveloppant les deux sphères, auquel il faut mener un plan tangent par le sommet S du style. Menons la tangente commune TT' aux deux cercles $a1$, $b2$, nous aurons une de ses génératrices, le point de rencontre de TT' et de 12, qui tombe hors du papier, est le sommet du cône, appartenant au plan tangent cherché, qui n'est autre que l'équateur. Ce point appartient donc aussi à l'équinoxiale du cadran. Faute de pouvoir employer ce point, cherchons deux autres points de l'équinoxiale.

Du sommet S, abaissons un plan perpendiculaire à l'axe 12, il coupera le cône et son plan tangent, suivant un cercle et une droite, tangents l'un à l'autre. Rabattons cette section autour de SA; traçons le cercle AK, et menons la tangente $S'''B$, le point de rencontre C, avec SA, appartiendra à l'équinoxiale.

Maintenant, menons $2C'$, parallèle à SA, et considérons le cercle $2T'b$, comme l'intersection du cône par un nouveau plan perpendiculaire à l'axe, en rabattement autour de $2C'$. Si nous menons la tangente $C'b$, parallèle à CB, le point d'intersection C' , appartiendra encore à l'équinoxiale, que nous pouvons tracer par les points C et C' .

85. La simplicité de cette construction doit nécessairement

lui valoir la préférence sur celle de La Hire. Son exactitude dépend de la précision avec laquelle on a obtenu le cône-enveloppe des deux sphères, et par conséquent de la distance qui existe entre les deux points d'ombre observés, ou de l'intervalle de temps écoulé entre les observations.

86. Avec trois points d'ombre observés, l'un à midi, et les deux autres matin et soir, la construction se simplifierait encore. En effet, les longueurs d'ombre étant fort inégales, il existerait une grande différence entre les rayons des cercles ou des sphères, telles que $1a$ et $2b$; et le sommet du cône-enveloppe, correspondant à deux observations voisines, se trouvant plus rapproché, donnerait, sans intermédiaire, un point de l'équinoxiale. Ainsi, pour la tracer, il suffirait de combiner ensemble, premièrement, l'observation du matin et celle de midi, et, en second lieu, celle-ci avec l'ombre du soir. En joignant le sommet des deux cônes par une droite, on aurait de suite l'équinoxiale.

87. Cependant, cette manière d'opérer, parfaite en théorie, ne me paraît pas satisfaisante dans la pratique; en voici la raison : les deux cônes dont il est ici question, seront toujours fort aigus, et les droites, dont le concours en détermine le sommet, se coupant sous un angle fort aigu, laisseront une grande incertitude sur le point de rencontre, à moins que l'on opère dans le voisinage des solstices, et que l'on ait choisi ces ombres, de manière à les avoir fort inégales. Aussi, je crois que, sous le rapport graphique, la construction de l'équinoxiale par deux ombres, vaut mieux que par trois. Et si l'on possède trois observations, il vaut mieux opérer sur les deux extrêmes, en négligeant l'observation intermédiaire, à laquelle on n'aurait égard que comme vérification.

88. Il est d'ailleurs à remarquer que, quelle que soit la forme ou la dimension des sphères du cône-enveloppe, et par suite, de la déclinaison du Soleil, la construction s'applique toujours avec la même exactitude et la même facilité.

Ainsi, dans le cas où les deux ombres seraient de même longueur, les deux sphères inscrites aux cônes de déclinaison auraient un même rayon, et le cône enveloppant se changerait en un cylindre. Alors, l'équinoxiale serait parallèle à la droite qui joint les deux points d'ombre, et après en avoir déterminé le point C, il suffirait de mener, par ce point, une parallèle à la droite 12, pour avoir l'équinoxiale, et une perpendiculaire à 12, pour avoir la soustylaire. Cette circonstance nous fournit un nouveau moyen d'obtenir la soustylaire, entièrement analogue au procédé de la méridienne horizontale, et nous tracerons aussi la soustylaire par la méthode des ombres correspondantes, quelle que soit d'ailleurs l'inclinaison du cadran dans l'espace.

89. On projettera d'abord le sommet du style sur le cadran, pour en avoir le pied. Puis on observera une ombre le matin; on décrira un cercle du pied comme centre, avec sa distance à l'ombre comme rayon, et l'on marquera le soir l'instant où l'ombre atteint de nouveau cette circonférence; le milieu de la droite qui joint les deux points d'ombre appartient à la soustylaire, que l'on joindra au pied du style.

CHAPITRE V.

DE LA MÉRIDienne DU TEMPS MOYEN, AUSSI NOMMÉE LEMNISCATE.

90. Jusqu'à présent, nous ne nous sommes pas occupé de la durée propre des jours et des heures solaires, parce que cette durée, fût-elle très-inégale, n'influerait en rien sur les résultats et ne modifierait pas nos tracés. En effet, nous n'avons pas dit que le jour solaire fût une durée constante, mais bien le temps écoulé entre deux passages consécutifs de l'astre au même méridien. De même, l'heure vraie n'est que le temps employé par le Soleil, pour franchir un angle horaire de 15 degrés. Ainsi, l'heure marquée par nos cadrans n'est autre chose que ce qu'on nomme le *temps vrai*, et elle est affectée de toutes les irrégularités que le Soleil éprouve dans sa marche annuelle.

91. Mais grâce aux progrès des arts, nos bonnes horloges ont atteint une régularité de marche à peu près parfaite, qui fait ressortir l'inégalité des jours solaires et empêche que l'instrument, réglé à une certaine époque sur le Soleil, coïncide pendant longtemps avec le mouvement de l'astre. Par exemple, si l'on règle l'horloge de façon qu'elle marque $565^{\text{h}} 5^{\text{m}} 48^{\text{s}} 48''$ dans une année révolue, c'est-à-dire dans le temps écoulé entre deux retours du Soleil au même équinoxe, le temps marqué par cette horloge sera ce qu'on est convenu de nommer le *temps moyen*. Si, en outre, cette horloge marque midi juste à l'instant où le centre du Soleil passe au méridien le 15 avril, voici ce qu'on remarquera : quelques jours après, l'horloge va retarder sur le Soleil, et ce retard s'élèvera à $3'$, le 30 avril. Le retard continuant d'augmenter, sera de $4'$, le 15 mai, époque où la durée du jour solaire deviendra exactement la même que celle du jour moyen donné par l'horloge. Immédiatement après, le retard va diminuer jusqu'à devenir nul le 15 juin, époque où la pendule va commencer d'être en avance sur le Soleil. L'avance, après avoir atteint quelques minutes, et être restée sensiblement stationnaire pendant plusieurs jours, diminuera par degrés jusqu'à devenir nulle, se changera de nouveau en un retard, et ainsi de suite.

En même temps, on fera une autre remarque : dans le temps du plus grand écart qui existera entre l'horloge et le Soleil, la durée de l'un et de l'autre jour sera la même ; tandis que, dans le voisinage de l'époque où cet écart est nul, la durée du jour solaire devient le plus sensiblement différente de 24 heures d'horloge. Ainsi, au mois de septembre, le jour solaire devient de 21 secondes plus court que celui de l'horloge, et en décembre il devient de 30 secondes plus long. Ces écarts de durée étant les plus grands qui existent dans un sens et dans l'autre, il en résulte que la plus grande différence de durée entre les jours solaires est de 51 secondes environ (*).

(*) Il est bien évident qu'il ne s'agit ici que du jour entier de 24 heures, et non du temps où le Soleil nous éclaire.

92. Il ne faut pas confondre d'ailleurs ces inégalités de durée avec la discordance qui en résulte entre la marche du Soleil et celle de la pendule ; celle-ci n'est que la conséquence de l'autre, et c'est l'accumulation de l'avance ou des retards journaliers du Soleil, qui finit par élever à $14' 50''$, dans un sens, et $16' 50''$ dans l'autre, le plus grand écart que l'on puisse remarquer entre une montre parfaitement réglée et le Soleil, ou un cadran solaire bien construit.

93. D'après cela, une montre ne doit pas marcher comme le Soleil, et pour la régler, il faut connaître de combien de minutes elle doit avancer ou retarder sur le Soleil, pour marquer exactement le temps moyen. C'est pour cet objet que dans l'Annuaire du bureau des longitudes (ouvrage que nous supposons entre les mains de nos lecteurs), on a donné ce renseignement pour tous les jours de l'année, dans une colonne qui a pour titre *temps moyen au midi vrai*. Les nombres qui y sont inscrits sont aussi ce qu'on nomme l'*équation du temps*. L'heure qui y est inscrite, vis-à-vis de la date, donne en effet, en minutes et secondes, l'heure juste que doit marquer une montre marchant bien, à l'instant où le centre du Soleil passe au méridien, ou à l'instant où un cadran solaire marque midi. Le procédé pour régler une montre sur le temps moyen résulte de là.

94. Soit proposé de régler la montre au temps moyen, le 1^{er} octobre 1840 ; cherchez dans l'Annuaire le temps moyen au midi vrai correspondant à cette date, vous trouvez $11^h 49^m 35^s$. Puis, quelques instants avant midi, mettez-vous en observation devant un cadran solaire d'une exactitude reconnue, et disposez les aiguilles de façon que, à l'instant où l'ombre du style tombe sur la méridienne, la montre marque $11^h 49^m 35^s$, et votre montre sera réglée. Il est bien évident que cette opération peut être faite à toute autre heure du jour ; car si la montre doit retarder de $10^m 25^s$ à midi, elle doit retarder autant, ou à peu près, à toute autre heure du même jour. Je dis à peu près, parce que le retard étant la veille moins grand et le lendemain plus considérable de 18 à 19 secondes, il varie à chaque instant, et l'on ne peut

pas, à la rigueur, le supposer constant pendant tout un jour. Cependant, sans s'arrêter à une variation aussi faible, on réglera de même à toute autre heure que midi. Ainsi, en mettant la montre à $10^h\ 49^m\ 53^s$, quand le cadran marquera 11 heures, la montre sera réglée tout aussi bien qu'à midi.

Un coup-d'œil jeté sur l'Annuaire montre que le temps moyen à midi vrai devient nul quatre fois par an, c'est-à-dire que la montre ne doit marquer midi en même temps que le cadran, qu'à ces quatre époques. Cette circonstance, intéressante à examiner, mérite que nous en donnions l'explication, qui rentre dans notre sujet; cependant, pour ne pas interrompre la marche de nos tracés, parlons de suite de la méridienne du temps moyen, et renvoyons en note ces considérations théoriques.

95. Maintenant nous allons nous proposer d'obtenir, par un tracé particulier, que le cadran solaire nous indique le temps moyen, tandis que jusqu'à présent nous n'en avons déduit que la connaissance de l'heure vraie. Occupons-nous donc de tracer une ligne horaire qui nous fasse connaître chaque jour le midi moyen. Cette donnée complétera l'utilité du cadran, et permettra de régler la montre sans recourir à la recherche de l'équation du temps, dans l'Annuaire.

Pour tracer une *méridienne du temps moyen*, nous partirons de l'équinoxe du printemps, et nous chercherons dans l'Annuaire l'équation du temps pour ce jour, qui n'est autre chose que le temps moyen au midi vrai. Nous trouvons que le 20 mars, cette quantité est de $7' 35''$. Ainsi, quand le Soleil est au méridien, la montre doit marquer midi et $7' 35''$. Donc le midi moyen arrive plus tôt que le midi vrai de $7' 35''$, et si nous traçons sur le cadran la ligne horaire de $41^h\ 52' 25''$, sa rencontre avec l'équinoxiale marquera le point où tombera l'ombre du style à l'instant du midi moyen, et nous aurons ainsi un premier point appartenant à la méridienne du temps moyen. Il suffira d'appliquer la même construction à chacune des courbes des signes, pour obtenir douze points de la méridienne du temps moyen. Voici un tableau qui permettra de les construire sans recourir à l'Annuaire.

1^{er} TABLEAU. De l'équation du temps pour le jour où le soleil entre dans chacun des signes du Zodiaque.

DATE DU JOUR.	MOIS.	DÉCLINAISON DU SOLEIL.	TEMPS MOYEN AU MIDI VRAI.	SIGNES DU ZODIAQUE.
20	Mars.	0° — 0'.	0 ^h — 7 ^m — 55 ^s .	♈
20	Avril.	11° — 29'. Boréale.	11 ^h — 58 ^m — 55 ^s .	♈
21	Mai.	20° — 10'. Boréale.	11 ^h — 56 ^m — 16 ^s .	♈
21	Juin.	25° — 28'. Boréale.	0 ^h — 1 ^m — 22 ^s .	♈
25	Juillet.	20° — 10'. Boréale.	0 ^h — 6 ^m — 6 ^s .	♈
25	Août.	11° — 29'. Boréale.	0 ^h — 2 ^m — 27 ^s .	♈
25	Septembre.	0° — 0'.	11 ^h — 52 ^m — 26 ^s .	♈
25	Octobre.	11° — 29'. Australe.	11 ^h — 44 ^m — 26 ^s .	♈
22	Novembre.	20° — 10'. Australe.	11 ^h — 46 ^m — 20 ^s .	♈
21	Décembre.	25° — 28'. Australe.	11 ^h — 58 ^m — 40 ^s .	♈
20	Janvier.	20° — 10'. Australe.	0 ^h — 11 ^m — 20 ^s .	♈
18	Février.	11° — 29'. Australe.	0 ^h — 14 ^m — 12 ^s .	♈

96. Pour exécuter cette première partie de l'opération, et simplifier dans son entier le tracé de cette méridienne, il convient de tracer de cinq en cinq minutes, ou mieux de deux en deux minutes, les lignes horaires comprises entre $11^h 45''$ et midi et quart, qui sont à peu près les limites extrêmes des écarts du midi moyen. De la sorte on jugera facilement, à vue, les fractions intermédiaires, ou bien encore on les déterminera au compas. L'écartement de ces lignes horaires mesuré la longueur des ordonnées de la courbe du temps moyen, dont les abscisses se comptent sur la méridienne du temps vrai. Ces ordonnées ne sont autre chose que l'équation du temps; tandis que les abscisses, comptées depuis l'équinoxiale, croissent et décroissent avec la déclinaison, qui les détermine ainsi pour chaque jour de l'année. Les ordonnées ne sont pas d'ailleurs des lignes droites, mais une portion de la courbe de déclinaison du jour : toutefois, il n'y a pas d'erreur sensible à considérer cette petite ordonnée comme droite, sur une longueur aussi faible; et on pourra, sans s'occuper de la courbure, la tracer parallèlement à la portion de la courbe des signes la plus voisine.

97. Cela posé, déterminons les plus grands écarts de la courbe, de part et d'autre de la méridienne. L'Annuaire va nous les fournir; nous en extrayons le tableau suivant :

II^e TABLEAU. *Valeur maxima de l'équation du temps.*

DATES	MOIS.	DÉCLINAISON DU SOLEIL.	TEMPS MOYEN AU MIDI VRAI.
11	Février.	$14^{\circ} - 13'$. Australe.	$0^h - 14^m - 35''$.
14	Mai.	$18^{\circ} - 43'$. Boréale.	$11^h - 56^m - 5''$.
26	Juillet.	$19^{\circ} - 24'$. Boréale.	$0^h - 6^m - 10''$.
2	Novembre.	$14^{\circ} - 53'$. Australe.	$11^h - 43^m - 43''$.

Voici l'emploi de ce tableau :

Le 11 février, le temps moyen marque $14^h 35''$ à l'instant

du midi vrai ; donc le temps vrai marque $11^h 45' 25''$ à l'instant du midi moyen. Construisons donc, sur le cadran, la ligne horaire de $11^h 45' 25''$, qui se confond sensiblement avec celle de $11^h 45'$; cette ligne sera tangente à la courbe du temps moyen.

98. Il faut encore déterminer le point de contact. Nous rabattrons l'axe du style autour de la méridienne comme charnière ; nous formerons au sommet S' un angle de $14^\circ 15'$ avec l'équinoxiale, ce qui nous donnera en d sur la méridienne l'abscisse du point cherché, puis par ce point, menant une parallèle dd' à ef , le point d' sera le point de tangence cherchée.

Nous répéterons la même opération pour chacune des équations du temps maxima du tableau précédent, et nous obtiendrons ainsi quatre points de la courbe, et quatre tangentes qui en préciseront bien les limites et la forme.

99. Cependant il faut encore connaître les points où la méridienne du temps moyen coupe celle du temps vrai : on les construira sans difficulté au moyen du tableau suivant, qui donne la déclinaison du Soleil correspondante aux quatre époques de l'année où l'équation du temps est nulle.

III^e TABLEAU. *Époques où l'équation du temps est nulle.*

DATES	MOIS.	DÉCLINAISON	TEMPS MOYEN
		DU SOLEIL.	AU MIDI VRAI.
13	Avril.	$9^\circ - 54'$. Boréale.	0.
15	Juin.	$25^\circ - 20'$ Boréale.	0.
31	Août.	$8^\circ - 35'$. Boréale.	0.
24	Décembre.	$25^\circ - 26'$. Australe.	0.

100. Les tableaux précédents montrent que la méridienne du temps moyen, dont la forme générale est un 8 fort allongé, n'est pas symétrique par rapport à la méridienne vraie. De

plus, ses deux branches ne se coupent pas sur la ligne de midi, puisque les déclinaisons du 15 avril et du 31 août sont différentes. Enfin, les points de contact de la courbe du temps moyen, avec les courbes des solstices, ne sont pas rigoureusement à la rencontre de celles-ci avec la méridienne vraie. Cependant ces particularités disparaissant sous la seule épaisseur des traits, il ne m'a pas paru indifférent d'en faire la remarque, pour que l'on ne crût pas réelle une symétrie qui n'est qu'apparente.

101. Les éléments qui précèdent feraient connaître la position de 18 points de la courbe et de 6 tangentes : ces données suffiraient bien à la tracer. Mais, malgré nous, il faut encore en déterminer de nouveaux points : en effet, il faut inscrire auprès de chacune de ses parties, le mois qui y correspond, autrement on serait exposé à se méprendre sur celle des branches de la courbe qui donne le midi moyen. Ce nouveau renseignement exige que nous recherchions le point correspondant au premier de chaque mois. On le conclura du tableau suivant.

IV^e TABLEAU. *Équation du temps pour le 1^{er} de chaque mois.*

1 ^{er} DU MOIS.	DÉCLINAISON	TEMPS MOYEN
	DU SOLEIL.	AU MIDI VRAI.
Janvier.	23° — 4'. Australe.	0 ^h — 5 ^m — 37 ^s .
Février.	17° — 17'. Australe.	0 ^h — 15 ^m — 51 ^s .
Mars.	7° — 26'. Australe.	0 ^h — 12 ^m — 53 ^s .
Avril.	4° — 41'. Boréale.	0 ^h — 5 ^m — 53 ^s .
Mai.	15° — 11'. Boréale.	11 ^h — 56 ^m — 55 ^s .
Juin.	22° — 7'. Boréale.	11 ^h — 57 ^m — 30 ^s .
Juillet.	23° — 7'. Boréale.	0 ^h — 3 ^m — 29 ^s .
Août.	17° — 58'. Boréale.	0 ^h — 5 ^m — 59 ^s .
Septembre.	8° — 11'. Boréale.	11 ^h — 59 ^m — 46 ^s .
Octobre.	3° — 19'. Australe.	11 ^h — 49 ^m — 53 ^s .
Novembre.	14° — 34'. Australe.	11 ^h — 48 ^m — 43 ^s .
Décembre.	21° — 53'. Australe.	11 ^h — 49 ^m — 24 ^s .

Ce tableau fournira douze nouveaux points de la courbe du temps moyen ; elle se trouvera ainsi déterminée par trente points, qui se rapportent aux circonstances les plus remarquables de son tracé. Ces douze points seront marqués d'un trait, pour indiquer les limites de chaque mois, dont on inscrira le nom d'une manière bien lisible dans l'intervalle, et parallèlement à la courbe. C'est ce que la figure indique mieux que toute explication.

CHAPITRE VI.

PRATIQUE DE LA GNOMONIQUE.

102. Nous pourrions borner à ce qui précède, l'étude de la Gnomonique, et laisser à chacun le soin d'en faire l'application, selon son goût et les circonstances. Cependant, pour épargner des tâtonnements et des recherches fastidieuses, nous allons parler des procédés pratiques, ainsi que des formes et des dimensions les plus convenables à donner aux différentes parties des cadrans solaires.

Le premier soin à prendre est de préparer la surface du cadran (je suppose qu'il soit question d'un cadran vertical, parce que ce sont les plus fréquemment employés ; pour tout autre, horizontal ou incliné, il suffit de prendre une pierre de bonne qualité, c'est-à-dire non gélisse, et de la tailler suivant un plan). La surface sera bien préparée lorsque, vérification faite, on l'aura reconnue exactement verticale et plane, et que, par la nature des matériaux dont elle est construite, elle sera indestructible par les intempéries. Une grande table de marbre, ou un parement de muraille en bonne pierre de taille, formeraient une excellente aire de cadran. Mais, si l'on n'a ni l'un ni l'autre, il faut préparer la muraille et y appliquer un enduit résistant.

On commencera par repiquer la muraille au vif ; on fouillera profondément tous les joints de la maçonnerie, pour que l'enduit y pénètre et s'y cramponne. Ce repiquage étant bien exécuté, on époussetera soigneusement tous les joints, et, quelques minutes avant la pose de l'enduit, on mouillera la surface, pour que l'enduit adhère mieux.

103. Il est difficile de donner ici les doses les plus convenables de l'enduit : chaque localité emploie ses matériaux ; mais, si l'on a le choix, il faudra se procurer les natures de chaux et de sable qui sont reconnues pour produire les meilleurs crépis. Les chaux hydrauliques, les ciments naturels ou artificiels sont excellents pour cet objet, parce que ce sont les enduits les moins sujets à se fendiller, et que les derniers surtout, acquièrent en quelques heures, une dureté suffisante, pour qu'on y puisse travailler. Dans l'ordre de supériorité, viennent ensuite les mortiers de chaux hydrauliques, dont on augmenterait encore la qualité par l'addition d'une matière pouzzolanique, telle que la brique pilée, les arènes, les cendres de Tournay, ou même les cendres de houille. Si l'on ne possède que de la chaux grasse, on en fera un mortier hydraulique, en ajoutant à une partie de chaux éteinte, deux fois son poids de brique pilée, et pareille quantité de sable fin et pur, ou mieux encore, en composant ce mortier de trois parties de brique pilée pour une de chaux. Ces matières seront fortement gâchées ensemble, et avec très-peu d'eau ; la pâte doit se ramollir et acquérir la consistance d'un mortier épais, par le seul effet de la trituration.

Le mortier étant prêt, on fera un encadrement en lattes autour de l'aire du cadran ; on disposera celles-ci de façon que la surface du cadran qui doit les affleurer, soit bien plane, et que l'épaisseur moyenne de l'enduit ne soit que d'un à deux centimètres. Le mortier sera posé à la truelle dans l'encadrement, et on le vérifiera fréquemment, en mettant la règle sur le cadre. Dès que le mortier commencera à durcir, on le lissera partout avec le dos de la truelle, tant pour le serrer et favoriser sa cohérence, que pour en bien rectifier la surface. Le durcissement continuant, la truelle deviendra insuffisante ; il faut alors frotter la surface avec un gros caillou. En procédant ainsi, on empêchera le fendillement de la surface, et on la dressera parfaitement.

Dans les localités où le plâtre résiste bien à l'air, on pourra faire tout simplement un enduit en plâtre, après avoir lardé le mur d'un grand nombre de petits clous, pour établir

sa liaison avec l'enduit. La peinture à l'huile dont on doit couvrir la surface, en pénétrant dans la matière, lui donnera encore un plus grand degré de dureté et de solidité.

104. Quoiqu'il en soit, l'enduit étant sec, on lui donnera trois couches de peinture à l'huile, avec une couleur d'un blanc légèrement azuré.

105. Si la surface a été préparée par un ouvrier intelligent, il n'aura pas manqué de la vérifier pendant l'exécution, et d'en corriger les défauts, pendant que la matière en est encore pâteuse. Elle satisfera à toutes les conditions, si la règle s'y applique bien dans tous les sens, et si le fil-à-plomb que l'on en approchera y est bien parallèle dans toute la hauteur.

Maintenant, que l'on se présente devant cette surface avec un style à la main, on sera fort embarrassé d'assigner le point où il convient de l'implanter, si l'on ne possède à l'avance un dessin du cadran à construire, exécuté sur le papier ou un carton, à une dimension moindre que l'ouvrage projeté, et dans un rapport déterminé avec celui-ci. Mais avec le dessin, on marquera sans difficulté le pied du style, puis on en fera le scellement, et enfin, on pourrait compléter tout le tracé du cadran, en augmentant proportionnellement toutes les parties du dessin. Ce n'est pas que le seul emploi de cette méthode soit le meilleur de tous les moyens. Au contraire, il serait inexact, parce qu'en multipliant les dimensions d'un dessin, on en multiplie par là les erreurs, qui, d'insensibles dans l'origine, finiraient par devenir apparentes. Aussi, déterminerons-nous directement les principaux éléments du cadran, et quand nous en aurons par là assuré la précision, le dessin servira à l'achever, comme il aura déjà servi à le commencer en donnant l'emplacement du style. Ce dessin est ce qu'on nomme le *projet du cadran*.

Pour pouvoir l'exécuter, il faut deux renseignements que l'on devra se procurer.

1^o Faire le lever de la surface. Cette opération est indispensable, pour que l'ensemble du cadran se marie bien

avec l'architecture du monument, et que l'espace soit utilisé le mieux possible.

2° Mesurer la déclinaison du cadran.

Nous avons déjà indiqué plusieurs constructions à l'aide desquelles on mesure cet élément ; mais voici une méthode qui paraît préférable à toute autre par sa simplicité :

Réglez d'abord la montre sur le temps vrai au moyen d'une observation d'ombre, faite le matin. Disposez un faux style sur le cadran, et employez de préférence à toute autre le parallépipède dont nous avons parlé, pour qu'il donne à l'instant le pied du point que l'on prend pour sommet du style, ainsi que sa hauteur au-dessus du cadran. Puis, à l'instant du midi vrai, marquez un point d'ombre M (Pl. IV, Fig. 3). Par ce point, élevez la verticale MM' ; tracez, par le pied du style S, l'horizontale SM' , et sur la verticale $M'S'$, vous porterez une distance $M'S'$, égale à la hauteur du style. Enfin, joignez $S'S$, l'angle $SS'M'$ sera la déclinaison du cadran.

Il est en effet bien évident qu'en faisant tourner le triangle $SS'M$ autour de SM' , jusqu'à ce que ce triangle soit horizontal, l'angle $SS'M'$ mesurera précisément celui que forment entr'eux le méridien et le plan vertical normal au mur.

La boussole procure encore un fort bon moyen d'obtenir la déclinaison d'un mur ; mais il faut qu'on ait préalablement mesuré la déclinaison de l'aiguille aimantée, en plaçant l'instrument dans une direction dont on a déjà déterminé l'azimut, par le moyen d'une observation d'ombre. Nous avons dit (art. 75 et 76) comment on procède à cette opération. Ainsi, on aura le choix entre deux moyens : celui des articles précités, pour obtenir directement la déclinaison du mur par une observation d'ombre ; ou l'emploi de la boussole, après vérification.

Ces préliminaires étant faits, on sera en mesure d'exécuter le projet du cadran, ou plutôt l'avant-projet, parce qu'on ne peut pas avoir encore une idée de l'étendue qu'occupera le tracé. On adoptera pour le dessin une échelle cinq ou six fois moindre que les dimensions réelles de l'ouvrage qu'on projette, et on fera le tracé complet, sans s'inquiéter d'abord des limites dans lesquelles le travail doit être inscrit. C'est alors seulement qu'on dessinera les contours obligés,

dans lesquels on doit se renfermer, et qu'on parviendra à avoir la meilleure disposition. Pour cet objet, on pourra découper ce contour sur un papier, et en le présentant de différentes manières au tracé, on ne tardera pas à reconnaître quelle est la position qui ménage le mieux l'espace, et qui est enfin la plus avantageuse. Cela fait, on dessinera le contour du hors-d'œuvre de l'ouvrage, et tout ce qui le dépasserait serait supprimé. Après avoir ainsi arrêté ses idées par une première étude, on recommencera sur nouveaux frais l'épure avec un soin scrupuleux, et l'on possédera ce que nous nommons le projet du cadran.

Ces détails ne paraîtront pas superflus, si on considère que les cadrans ne sont pas toujours arrêtés à des rectangles ; mais que parfois ils peuvent être limités à des contours circulaires ou irréguliers. Dans ce cas, et même dans celui fort simple d'un rectangle, si l'on n'a pas bien combiné son projet, il se peut que le cadran ne marque pas les heures pendant toute la partie du jour où il devrait les donner. Ce serait là une faute de construction, qui, sans préjudicier à l'exactitude, nuirait au mérite de l'ouvrage. D'une autre part, nous savons que les lignes horaires ne doivent être tracées que dans la partie où elles peuvent en effet donner l'heure ; nous en concluons, comme règle à suivre dans le tracé, qu'un cadran doit marquer tout ce qu'il peut donner en vertu de son exposition et de son étendue, et qu'il faut supprimer dans le tracé toutes les indications qu'il ne peut pas fournir. Voici, à cet égard, quelques règles à suivre :

106. *1^o La méridienne, dans un cadran déclinant quelconque, doit être à peu près au milieu de la largeur du cadran.*

La seule inspection de la figure V justifie cette règle ; elle montre en effet que du côté opposé au pied du style, les lignes horaires s'écartent beaucoup, tandis que de l'autre côté de la méridienne, elles se rapprochent. Pour avoir la ligne de 2 heures tout entière, il faudrait beaucoup rapprocher de la gauche la méridienne, ce qui chasserait du cadre deux lignes horaires du matin, au moins. On perdrait beaucoup d'un côté, pour gagner peu de l'autre. Ainsi on reconnaît, par ce simple aperçu, que la règle donne un bon résultat.

107. 2° *La hauteur du style doit être le quart environ de la largeur du cadran.*

Par hauteur du style, nous entendons, comme on sait, la distance de son sommet au plan. Cette règle résulte de différentes constructions et d'essais multipliés.

108. *Toute la partie du tracé qui s'élève au-dessus du plan horizontal, passant par le sommet du style, doit être supprimée. Cette horizontale doit être tracée sur le cadran, et limiter les lignes horaires, ainsi que les courbes de déclinaison.*

Parce qu'en effet, le plan horizontal est la limite de la direction des rayons solaires. J'ai vu peu de cadrans où l'on eût tenu compte de cette particularité d'une manière logique. Dans les uns le tracé est limité à une ligne horaire, et il ne donne pas tout ce qu'il peut donner; dans d'autres, les lignes horaires et les courbes de déclinaison sont tracées au-dessus de l'horizontale, et peuvent ainsi donner des indications fausses. Je crois donc devoir recommander cette troisième règle comme rationnelle et bonne à suivre.

109. On y trouvera un nouvel avantage; c'est que dans toute l'étendue des courbes de déclinaison correspondante, en lisant l'heure à un moment quelconque, on verra à quelle heure le Soleil s'est levé et se couchera. Il suffit, pour cet objet, de concevoir, à la simple vue, la courbe de déclinaison du jour, passant par l'ombre du style, prolongée jusqu'à cette horizontale; la ligne horaire du point d'intersection donne l'heure du lever de l'astre, et par suite celle de son coucher, qui aura lieu, autant après midi, que le lever avant. Ce renseignement intéressant mérite bien qu'on fasse au cadran l'addition d'une nouvelle ligne.

110. D'ailleurs si, comme dans la figure (Planche V), cette horizontale s'étend depuis l'équinoxiale jusqu'à la courbe du solstice d'hiver, on connaîtra directement l'heure du lever pendant six mois de l'année, et, par à peu près, on la déduira pour un jour quelconque, en se fondant sur une considération fort simple, que voici.

Lorsque le Soleil est dans l'hémisphère boréal, et qu'il entre, par exemple, dans le signe du Taureau, la durée de sa présence sur l'horizon excède 12 heures. Quand il atteindra dans l'hémisphère austral, une déclinaison égale, et qu'il sera dans le Scorpion, la durée de sa présence sera moindre que 12 heures; mais la différence de chacune de ces durées avec 12 heures sera la même, aux deux époques où la déclinaison passe par des valeurs égales et contraires. Ainsi, lorsqu'à l'une des époques, le Soleil se lèvera à 5 heures du matin et se couchera par suite à 7 heures du soir, à l'autre, le Soleil se lèvera à 7 heures du matin, pour se coucher à 5 heures du soir. Or il est visible que, dans la figure, les heures du lever nous étant connues, pour les six mois où le Soleil est austral, nous connaissons aussi par là les heures du coucher pour les six autres mois; et par suite le lever nous est donné, puisque le lever et le coucher sont également distants de midi.

Ainsi, lorsque l'ombre tombera au-dessous de l'équinoxiale, on imaginera par la pensée la courbe de déclinaison homologue qui se trouve au-dessus, et on la prolongera jusqu'à l'horizontale; on concevra par ce point une ligne horaire, qui fera connaître l'heure du coucher pour le jour où l'on se trouve. On déduira enfin de celle-ci l'heure du lever pour ce même jour; j'estime que, sur un cadran bien fait, on réussirait ainsi à préciser à 3 ou 4 minutes près, à la simple vue, le lever et le coucher du Soleil.

111. Maintenant il faut adopter un style particulier; nous pouvons choisir entre une aiguille rectiligne et une plaque percée. Sans imposer mon goût, mon choix serait bientôt fait, et je prendrais la plaque; en voici la raison. Il est bien plus facile d'employer une plaque, puisqu'on pourrait à la rigueur la poser d'une manière quelconque; tandis qu'une aiguille doit être maintenue bien exactement dans l'axe du monde, pendant qu'on la scelle dans le mur: Quelque précaution qu'on prenne, il est bien difficile d'assurer que l'aiguille, pendant cette opération minutieuse, ne se dérangera pas d'un ou deux degrés dans un sens ou dans l'autre. Quoiqu'il en soit,

nous dirons comment on doit s'y prendre dans ce cas, mais nous allons commencer par la construction des cadrans à plaque. Leurs formes et dimensions ont été fixées antérieurement. On a dit aussi que la meilleure position à donner à une plaque consiste à la placer parallèlement au cadran. Il reste à la fixer à la muraille.

Une seule tige de fer un peu épaisse, s'élevant perpendiculairement au mur, suffirait pour l'objet qu'on se propose. Pour que personne ne soit tentée de lire l'heure par l'ombre de cette tige, au lieu d'y employer le faisceau lumineux de l'orifice, on a quelquefois donné à ce support une forme sinueuse, qui ne laisse aucune incertitude à celui qui ne connaît pas la Gnomonique. Cependant le moindre choc accidentel peut venir déranger une tige isolée, et il vaut mieux supporter la plaque au moyen de deux barres de fer, ou même de trois, comme l'indique la figure. Dans ce dernier cas, un choc n'y produirait de dérangement qu'autant qu'il serait assez violent pour plier ou tordre le système. Cette garantie de stabilité suffirait seule pour établir la prééminence des plaques sur les aiguilles que l'on est forcé d'abandonner dans l'espace, et de soutenir seulement près de la racine, pour éviter toute confusion.

112. La plaque pourra faire système avec ses supports, ou y être seulement adaptée au moyen de boulons; c'est à peu près indifférent. Pour en faire le scellement, on aura marqué d'un point sur le mur le pied du style, conformément au dessin du projet, on présentera la pièce, on marquera les trous de scellement, puis on l'exécutera sans trop s'inquiéter que le centre de la plaque corresponde juste à son pied, quelques millimètres n'y feraient rien, attendu que ce pied devra être déterminé d'une manière directe. L'équerre nous montrera si nous ne nous sommes pas trop écartés de la perpendicularité, et, ce qui est plus important, le mètre nous fera connaître si le style est précisément à la distance du mur fixée par le projet. Tout ceci étant bien compris, et les supports ayant été scellés après vérification, la première partie de l'opération se trouve terminée, et le style est posé.

113. Il faut de suite déterminer le pied du style, élément important de la soustylaire.

Faisons passer par l'orifice de la plaque la tige d'un compas dont la forme est exprimée par la figure (Pl. I), et que nous pouvons nommer *compas gnomonographique*. Il se compose d'une tige d'acier de 5 à 4 millimètres de diamètre terminée d'une part par une petite sphère de cuivre de 15 à 18 millimètres de diamètre, et de l'autre par un filet de vis, sur lequel on peut monter un porte-crayon. On peut rallonger cette tige au besoin : je lui suppose pour les usages ordinaires un mètre de longueur.

En faisant mouvoir cette tige de manière que la sphère s'appuie sur les bords de l'orifice et que le crayon de l'autre extrémité décrive un cercle sur le cadran, le centre de ce cercle sera le pied du style. On le trouvera en choisissant convenablement trois points sur la circonférence, et en menant les perpendiculaires au milieu des cordes qui les joignent deux à deux.

Maintenant il faut déterminer avec tout le soin possible la méridienne.

114. On aura exécuté le même jour des observations d'ombre répétées entre six et neuf heures du matin, selon la saison, et toujours aussi près que possible de l'instant où le Soleil est dans la direction Est et Ouest. Et l'on aura déterminé l'avance ou le retard de la montre en répétant plusieurs fois la construction du n° 73. Toutes les constructions devront concorder à 8 ou 10 secondes près; pour peu que l'on y apporte de soin et en prenant une moyenne entre les résultats, on aura l'avance ou le retard de la montre sur le Soleil à 5 secondes près. Supposons que l'on ait ainsi trouvé que la montre avance de 7^m 55^s sur le Soleil.

On se mettra en observation, un crayon à la main, et, à l'instant où la montre marquera midi et 7^m 55^s, on dessinera légèrement le contour de la pénombre de l'ouverture, puis on en déterminera le centre qui appartient à la méridienne.

Pour ne pas manquer son coup, il faut s'exercer quelques instants avant à bien suivre les bords de cette ombre avec le crayon. J'ai vu qu'un adroit dessinateur, M. Girard, pour mieux saisir le point de la méridienne, avait dessiné ce contour deux secondes avant et deux secondes après midi, et qu'il avait pris le milieu des deux centres. Il est impossible de tout dire sur ce sujet; la méthode bien comprise, chacun se créera des procédés particuliers.

115. Ayant un point de la méridienne, il suffit d'élever par ce point une verticale avec le fil-à-plomb; et comme aucune précaution n'est à dédaigner, en fait d'exactitude, on nous permettra de dire comment cette opération doit se faire. Le plomb que nous employons, pour servir à projeter les points horizontalement, doit se terminer en bas par une pointe conique; le fil doit en être fin et bien égal.

Après avoir présenté le plomb au point de la méridienne trouvé, on le suspendra au-dessus du cadran à un clou que l'on fixera dans le mur, puis on frappera légèrement sur la tête du clou de manière qu'en le chassant d'un côté ou de l'autre, il découvre d'un demi-millimètre à peu près le point à sa gauche. Le plomb étant alors endormi, et ne faisant plus de mouvement, on présentera une règle d'un mètre de longueur le long du fil-à-plomb, de façon que l'un et l'autre soient exactement parallèles; enfin avec le crayon on tracera légèrement, par le point connu, la méridienne, que l'on vérifiera en présentant de nouveau le plomb, l'écartant un peu du mur et bornoyant, pour s'assurer que le trait disparaît en même temps partout derrière le fil.

116. Vient à présent le centre du cadran.

On couchera la règle sur le cadran pour mener exactement l'horizontale passant par le pied du style, que l'on laissera passer d'un demi-millimètre au-dessus de la règle. On la mettra exactement de niveau avec le niveau de maçon ou celui à bulle d'air, plus facile à vérifier dans cette circonstance, et l'on tracera l'horizontale du style.

(Planche V.) Il faut actuellement partir de M en S', la

distance du centre de l'orifice à la méridienne : on peut le faire de plusieurs manières avec le compas gnomographique, soit en mesurant directement la distance à la méridienne, ou mieux celle du style à son pied. C'est ce dernier moyen que nous préférons. On fera passer la simple tige du compas par l'orifice, après avoir enlevé la boule, on en posera l'extrémité sur le pied du style, et on marquera avec un couteau sur cette tige la hauteur de l'extérieur de la plaque au-dessus du cadran. Cette distance sera reportée en SD sur une perpendiculaire à S'M, et DM sera la distance cherchée que l'on ramènera de M en S'. Il faut actuellement faire l'angle MS'C égal à la latitude.

Mais il n'est pas commode de manier le rapporteur sur une muraille ; aussi nous conseillons de construire l'angle sur une feuille de papier, de mesurer la hauteur que doit avoir MC, on la construira avec le mètre, et l'on aura en C le centre du cadran. Joignez la droite CS et vous aurez la soustylaie.

117. Nous supposons que l'opération se fait par un jour de Soleil ; rien n'empêche alors de construire les lignes horaires comme on a tracé la méridienne avec le seul secours de la montre, qui est sans contredit le meilleur moyen. Chacun y attachera la même confiance, j'en suis certain, et si on employait une autre voie pour tracer les lignes horaires, on serait forcé de revenir à la montre pour vérification. Il est vrai qu'en partant de ce moyen il faut recourir à la construction pour se vérifier ; car, en principe, on ne doit jamais considérer une opération graphique comme exacte, que quand elle a été vérifiée.

Les points appartenant aux différentes lignes horaires ayant été obtenus, on les joindra au centre du cadran.

118. Jusqu'à présent nous n'avons pas fait usage de l'épure faite sur le papier, et sur la nécessité de laquelle nous avons insisté. Mais déjà on en retirera l'avantage de vérifier les lignes horaires, ce qui serait fort incommode en exécutant l'épure sur la muraille. Je suppose que le projet a été fait à une échelle assez grande, c'est-à-dire, au quart ou au

cinquième des vraies dimensions du cadran. Rien de plus facile que la vérification, chaque distance effective sera quatre ou cinq fois son homologue du papier. C'est d'ailleurs avec celui-ci que nous terminerons le cadran, et que nous construirons les courbes de déclinaison et la méridienne du temps moyen. Toutefois, l'équinoxiale est trop importante pour que nous ne la déterminions pas sur le mur lui-même, en exécutant en grand ce que nous avons déjà dessiné en petit sur le papier, et que nous ne répéterons pas.

119. A partir de l'équinoxiale, nous mesurerons sur le cadran et sur les différentes lignes horaires des distances proportionnelles à celles qui existent dans l'épure entre l'équinoxiale et chacune des courbes des signes. Nous en aurons ainsi autant de points que nous voudrons, et nous les terminerons en reliant ces points ensemble au moyen de patrons en carton, ou en donnant la courbure avec des baleines s'appuyant successivement sur trois à quatre points consécutifs.

La méridienne du temps moyen se fera aussi par le même procédé et les mêmes précautions. On tracera l'*horizon* qui doit, selon nous, limiter le cadran du côté où le style s'incline, et le tracé sera terminé au crayon.

120. On le livrera dans cet état à un peintre en bâtiment pour le passer en noir à l'huile, et y dessiner les chiffres, les écritures et les signes du Zodiaque. Voici à cet égard quelques observations que je crois convenables :

1^o L'épaisseur de tous les traits du cadran doit être exactement la même et égale à la moitié du diamètre de l'orifice gnomonique; en exceptant les lignes horaires des demies et des quarts, qui n'auront que la moitié de la largeur des autres traits;

2^o Les heures seront indiquées par des chiffres romains, placés près de l'extrémité inférieure des lignes horaires. La hauteur de ces chiffres sera la centième partie de la hauteur du style au-dessus du sol: ainsi pour un cadran élevé de 10 ou de 15 mètres, cette hauteur de chiffre serait de 0^m 10^c

ou de 0^m 15^c. Leur épaisseur doit être d'ailleurs le septième de leur hauteur ;

Les quarts et les demies seront écrits en fractions, telles que $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$.

3^o Les lettres seront en *capitales droites* d'une hauteur égale à la moitié de celle des chiffres ;

4^o Les signes auront une hauteur moyenne égale aux deux tiers de celle des chiffres ;

5^o Pour indiquer aux personnes peu versées dans la gnomonique, que les signes et la méridienne du temps moyen ont des usages à part, il convient de les peindre d'une couleur différente. J'ai vu un cadran où les signes étaient peints en bleu d'azur, et la méridienne du temps moyen en rouge garance ;

6^o Tout ce qui tient au cadran, les traits, lettres, chiffres et signes doivent s'arrêter à un cadre, ainsi que cela a lieu dans une gravure ou un tableau, et rien ne doit figurer hors du cadre. Il serait bon que l'ouvrage fût en outre recouvert d'une corniche de 12 à 15 centimètres de saillie afin d'en éloigner les eaux, qui finissent à la longue par attaquer les enduits.

121. Dans le cas d'une aiguille stylaire, on doit espérer moins de précision, parce que au lieu de déduire la méridienne du style, c'est celui-ci qui s'en déduit, et que naturellement il est plus facile de marquer à l'aise un point d'ombre, que de fixer dans l'espace une tige de fer avec une précision égale. Quoiqu'il en soit, voici le procédé conseillé par M. Biot :

122. Il faut exécuter un triangle en bois dur, dont l'angle au sommet soit exactement MCS, complément de la latitude. On fixera ce triangle sur le cadran au moyen d'appuis, de façon que l'un des côtés étant en coïncidence avec la méridienne CM, le second côté CS' soit dans la direction de l'axe du monde. Après quoi, on couchera l'aiguille sur cette direction, on percera le trou du scellement en C, et on achèvera de fixer l'aiguille. Mais si l'aiguille est solidement fixée sur le triangle, et que le scellement la tienne forcée dans un sens, ce qui est probable, en vertu de son élasticité, elle se remettra

en équilibre, dès que le triangle sera enlevé. Il est vrai qu'avec la montre, on pourra la vérifier à l'heure de midi et la redresser avec quelques coups de marteau, donnés près du scellement : on obtiendrait encore ainsi un résultat assez satisfaisant.

123. Si l'aiguille se termine par une plaque, alors tout rentre dans le cas précédent : l'on ne jugera pas de l'heure par la coïncidence de l'ombre de l'aiguille, mais par la position de l'ellipse lumineuse, et la discordance qui existerait entre l'une et l'autre indication ne sera pas sensible.

124. Mais si l'aiguille se termine par une flèche, alors c'est l'ombre de la tige qui est l'indicateur. L'extrémité de l'ombre de la flèche n'ayant pas assez de précision, il serait superflu de tracer les courbes des signes et la méridienne du temps moyen. Mais la limite de l'ombre procurerait presque autant de précision que les plaques, si on terminait l'aiguille par une petite sphère métallique dont nous avons déjà déterminé les propriétés et les dimensions. Ce cas rentre dans celui que nous avons déjà exposé.

125. Nous avons eu plusieurs fois occasion de faire un angle d'un certain nombre de degrés et minutes, ou de former un angle égal à un autre déjà tracé. Voici comment on doit s'y prendre, dans le premier cas. Il faut disposer le rapporteur de façon que le côté donné de l'angle étant placé sur le rayon correspondant au nombre de degrés voulu, le diamètre se trouve dans la direction du côté cherché. De la sorte, on tracera ce second côté immédiatement le long du diamètre, et on l'obtiendra avec toute la précision que l'on a mise à établir la coïncidence entre le côté donné et la division du rapporteur. Il n'est pas aussi indifférent qu'on pourrait le croire de conseiller cette pratique, car plusieurs auteurs donnent pour cette construction si simple une pratique défectueuse. Ils disent de faire coïncider d'abord : 1° le diamètre du rapporteur avec le côté donné ; 2° de marquer ensuite un point de crayon à la circonférence, vis-à-vis la division

qui détermine l'angle ; 5° de tracer le second côté de l'angle par son sommet et le point obtenu. Or, il est bien clair que ce sont trois opérations pour une, et trois chances d'erreur dans le résultat.

126. Réciproquement, pour évaluer en degrés l'angle de deux droites, il faut appliquer exactement la règle sur l'une d'elles. Ensuite faire glisser le diamètre du rapporteur sur la règle, jusqu'à ce que son centre soit juste sur le second côté de l'angle, sans s'inquiéter nullement de son sommet. Alors, le second côté marquera sur la division de l'instrument la valeur de l'angle en degrés. La moindre réflexion, ou mieux l'expérience, démontreront à l'instant que c'est là le meilleur emploi du rapporteur.



PREMIÈRE NOTE.

TRACÉ DES COURBES DE DÉCLINAISON AVEC LA RÈGLE.

Les constructions précédemment exposées suffisent largement aux besoins de la pratique ; cependant nous ne croyons pas superflu d'y joindre quelques procédés qui ne sont pas sans intérêt, en ce qu'ils reposent sur des considérations quelque peu différentes de celles sur lesquelles nous nous sommes fondés. Par exemple, les lignes horaires d'un cadran quelconque ont entre elles des rapports harmoniques fort curieux ; il en est de même des distances que ces lignes interceptent sur l'équinoxiale qui les traverse. Cette dernière droite, combinée avec les lignes horaires, forme un groupe très-curieux à l'égard des courbes de déclinaison, et des arcs des signes, d'où résultent des procédés simples de tracé, en particulier pour ces dernières courbes, que l'on peut obtenir ainsi avec le seul emploi de la règle. Parlons d'abord des lignes horaires, et considérons-les dans le cadran équinoxial, dont je suppose le centre rabattu en S' (Pl. VIII). Je dis que deux points horaires quelconques de la ligne équinoxiale déterminent une distance qui est divisée en segments harmoniques par la ligne horaire moyenne (*), et par celle qui en est distante de 6 heures. C'est-à-dire, que l'on a la proportion

$$(3)(2) : (2)(1) :: (3)(8) : (1)(8),$$

ou bien encore celle-ci :

$$(4)(2) : (2)(12) :: (4)(8) : (12)(8).$$

(*) Je désigne ainsi la ligne horaire correspondante à l'heure moyenne entre celles que marquent deux autres lignes horaires : ainsi, la ligne de 3^h est moyenne entre celles de 2^h et de 4^h, ou entre celles de 1^h et de 5^h, etc.

En effet, l'angle $(3)S'(1)$, étant divisé en deux parties égales par la droite $S'(2)$, on a la proportion

$$(3)(2) : (2)(1) :: (3)S' : (1)S';$$

mais, si on mène $(3)K$, parallèle à $(1)S'$, on aura $(3)K = (3)S'$; d'ailleurs les triangles semblables, $(3)K(8)$, et $(1)S'(8)$, donnent

$$(3)K \text{ ou } (3)S' : (1)S' :: (3)(8) : (1)(8).$$

Donc $(3)(2) : (2)(1) :: (3)(8) : (1)(8)$. C. Q. F. D.

Cette relation entre les quatre points $(3)(1)$ et $(2)(8)$, est connue sous le nom de *relation harmonique*. Ainsi, les points (2) et (8) sont harmoniques des points (3) et (1) ; et réciproquement, ces derniers sont harmoniques des deux premiers.

Lorsqu'une droite est partagée en segments harmoniques, et que d'un point quelconque on dirige des droites en ces quatre points, le faisceau de ces quatre lignes est lui-même harmonique, c'est-à-dire, que toute droite qui vient à le traverser se trouve subdivisée en segments harmoniques; ainsi, dans tout cadran, quatre lignes horaires disposées comme celles qui passent aux points (3) , (2) , (1) et (8) forment un faisceau harmonique. Ou, en d'autres termes, trois lignes horaires consécutives, combinées avec celle qui est distante de 6 heures de l'intermédiaire, forment un faisceau harmonique.

Cette propriété particulière permet de construire à l'instant l'une de ces quatre lignes horaires, connaissant les trois autres.

En effet, si par le point (8) je mène une transversale quelconque $(8)de$, et que je joigne les diagonales $(3)e$, $(1)d$, leur intersection, par une propriété fondamentale des lignes harmoniques, tombera sur la droite $c(2)$, conjuguée de $c(8)$. Donc le point f , intersection de ces droites, ferait connaître la ligne horaire $c(2)$, si les trois autres avaient été données.

De même, si la ligne horaire $c(1)$ était inconnue, et que les trois autres fussent données dans le groupe que nous considérons, on tracerait arbitrairement une transversale $(3)fg$; puis on mènerait les deux diagonales $f(8)$, $(2)g$, leur point de rencontre h , joint au centre du cadran, ferait connaître cette nouvelle ligne horaire.

Il résulte des considérations précédentes un moyen simple de mener toutes les lignes horaires vers leur point de concours, dans le cas où le centre du cadran tombe au loin, ou que des obstacles empêchent de les conduire avec la règle. En effet, par la même construction qui a servi à déterminer le point f , appartenant à la ligne $c(2)$, par exemple, on peut en déterminer un second et un troisième point. Il suffit de diriger du point (8), une nouvelle transversale, telle que (8) cd , et d'opérer comme plus haut. Mais il n'est pas nécessaire de s'astreindre à diriger ces transversales du point (8). Un point quelconque g de la ligne $c(8)$ servirait tout aussi bien; car tous les points de cette droite jouissent des mêmes propriétés à l'égard des trois autres lignes du faisceau harmonique. Ainsi que l'on mène du point g les transversales quelconques $gc(3)$ et $ge'd'$, et qu'on joigne les deux diagonales (3) e' et ed' , leur intersection f' appartiendra encore à la ligne horaire cherchée, et en joignant ff' , celle-ci se trouvera déterminée sans le secours du centre du cadran.

Trois des lignes horaires d'un faisceau harmonique étant connues, ainsi que l'équinoxiale, non-seulement la quatrième s'en suit, mais encore toutes les autres en sont la conséquence. En effet, leur détermination sera complète, si nous concevons que le cadran équinoxial, auquel ces trois points horaires appartiennent, tourne autour de l'équinoxiale, pour se rabattre sur le plan du cadran, et si nous parvenons à déterminer son centre avec ces seuls éléments. Or, supposons que nous connaissions les trois points horaires (9), (10), (11) sur l'équinoxiale; proposons-nous de déterminer, en rabattement, le centre du cadran équinoxial.

Il est clair que, quel que soit ce point S' , la distance totale (9)(11) devra soutendre, de ce point, un angle de 30° ; donc le point S' se trouvera sur la circonférence d'un cercle, dans lequel (9)(11) serait le côté de l'hexagone inscrit, ou le rayon du cercle lui-même. Des points (9) et (11) comme centres, avec (9)(11) pour rayon, décrivons des arcs (9) g et (11) g , puis du point g comme centre, avec le même rayon, décrivons une circonférence; elle contiendra le point S' .

En second lieu, ce point doit être tel que les deux in-

intervalles (9)(10) et (10)(11), vus de ce point, soutendent des angles égaux, chacun à 15° . Donc, si du point k , milieu de l'arc (9) k (11), on tire la droite $k(10)$, son intersection avec le cercle déterminera le point S' cherché.

Actuellement, que de ce point comme centre on décrive un cercle, qu'on le subdivise en arcs de 15° , et qu'on trace des rayons par ces points de subdivision, leur rencontre avec l'équinoxiale déterminera toutes les autres lignes horaires du cadran proposé.

La première partie de la construction fait ressortir une propriété assez curieuse; c'est que deux lignes horaires quelconques d'un cadran, distantes de deux heures, embrassent sur l'équinoxiale un intervalle qui est précisément égal au côté de l'hexagone, ou au rayon du cercle, passant par ses extrémités et par le centre du cadran équinoxial. Si, au lieu de trois lignes horaires consécutives, on connaissait, par exemple, les lignes $c(9)$, $c(10)$ et $c(4)$, alors il faudrait considérer le côté (9)(10) comme celui d'un dodéca-gone régulier inscrit, et tracer par cette condition la circonférence circonscrite. Après quoi on décrirait sur (4)(10), comme diamètre, une demi-circonférence, dont l'intersection avec la précédente donnerait le point S' .

La perpendiculaire abaissée de S' sur l'équinoxiale donne la soustylaire. Au moyen de la méridienne connue et de la latitude, on déterminera le pied et la hauteur du style, et l'on pourra compléter la construction du cadran. Par conséquent, s'il arrivait qu'un cadran solaire fût entièrement dégradé, et qu'il n'en restât plus que la marque de trois lignes horaires consécutives sur l'équinoxiale, cette seule donnée suffirait pour restaurer le cadran et lui rendre exactement sa forme primitive.

Occupons-nous maintenant de tracer les arcs des signes du zodiaque avec la règle. Il suffit, pour cet objet, que nous connaissions un point de chacune des courbes; tous les autres s'en concluront. Je construis, au moyen du trigone, les points a , b , c , a' , b' , c' , qui sont les sommets des hyperboles, placés sur la soustylaire. Mais il est bon de remarquer que les trois premiers points suffisent à la solution

complète du problème, car les trois derniers s'en concluraient, et si je les suppose connus, c'est qu'il est plus exact de les déterminer directement, et non que leur connaissance soit une donnée essentielle du problème.

Cela posé, je mène la droite $a(11)L'$, et je dis que son point de rencontre avec la ligne horaire $c(10)$, détermine en L' , un point de l'hyperbole, dont a et a' sont les sommets.

Pour le démontrer, il faut bien voir dans l'espace le style qui coïncide avec l'axe du monde, ou avec celui des trois cônes indéfinis que décrit le Soleil à son entrée dans chacun des signes. Tous ces cônes sont partagés en fuseaux égaux par le système de tous les plans horaires, en sorte que l'un quelconque de ces plans peut être considéré comme divisant tout le système en deux parties égales et symétriques. Je comprends aussi dans ce système le cadran équinoxial, dont le centre est toujours au sommet du style. Enfin, tout cet appareil, d'une symétrie parfaite par rapport au style, à chacun des plans horaires et à l'équinoxiale, est traversé d'une manière quelconque par le plan même du cadran.

Or, si par une des lignes horaires du cadran équinoxial et l'axe, on mène un plan auxiliaire, il coupera les deux nappes de chacun des cônes suivant la même génératrice horaire. Mais, si on mène un plan par la ligne horaire de 11 heures, de l'équinoxiale, et par la génératrice horaire de midi de l'une des nappes, il coupera la seconde nappe symétriquement par rapport à la ligne de 11 heures de l'équinoxiale, par conséquent suivant la génératrice de 10 heures. Or, ce plan auxiliaire a pour trace la droite $a'(11)L$ sur le cadran; le plan horaire de 10 heures a d'ailleurs pour trace la ligne horaire de 10 heures. Donc le point L appartient à la seconde génératrice, située dans le plan auxiliaire, ou à la courbe d'ombre elle-même.

Par la même raison, la droite $a(11)L'$ nous procure un point L' appartenant à la seconde branche de l'hyperbole. En répétant cette construction, c'est-à-dire, en menant des droites des points a et a' à tous les points horaires de l'équinoxiale, nous obtiendrons autant de points de l'hyperbole, qu'il y a de lignes horaires. D'ailleurs, il n'est pas indispen-

sable de prendre pour point de départ les points a et a' ; on peut, au moyen de chacun des nouveaux points obtenus L , L' , par exemple, déterminer de nouveaux points des courbes cherchées. Ainsi, en joignant $L'(1)$, on obtiendra un point de la branche supérieure sur la ligne horaire $c(4)$, ainsi de suite.

De la même manière les points b et b' , c et c' serviront à déterminer autant de points qu'on le voudra des autres courbes. En joignant ces points entr'eux, celles-ci se trouveraient tracées. Cependant, il vaut bien mieux encore déterminer la tangente de la courbe en chacun des points obtenus : ces tangentes en décriront la forme d'une manière bien exacte, et permettront de les dessiner avec toute certitude. En jetant les yeux sur la planche VIII, on remarquera même que le système de toutes ces tangentes quand elles sont suffisamment rapprochées, dessine la courbe d'une manière parfaitement continue, et sans aucun jarret. De telle sorte qu'il suffit de laisser subsister ces tangentes, en les limitant à leurs rencontres successives, pour obtenir, avec la règle seule, le tracé le plus simple et peut-être le plus satisfaisant. La marche à suivre est bien facile. (Pour abrégér le discours, convenons de nommer *complémentaires*, deux lignes horaires séparées par un intervalle de six heures : ainsi les lignes horaires de 5 et 11 heures du matin, et celles de 11 heures du matin et 5 heures du soir, sont des lignes complémentaires : sans que nous attachions à ce mot une autre signification, que celle qui vient d'être énoncée). Or, je dis que si nous joignons un des points obtenus de la courbe, au point de l'équinoxiale situé sur la ligne horaire complémentaire, cette droite sera tangente à la courbe au point donné. Ainsi, en joignant les points L et L' au point (4), les droites (4) L , (4) L' , seront tangentes aux points L et L' de la section conique.

Pour s'en rendre compte, il faut se représenter de nouveau dans l'espace tout l'appareil de plans horaires équidistants, précédemment employé, ainsi que le cadran équinoxial et son axe, qui est celui du cône décrit par le Soleil à son arrivée aux solstices.

Or, si je conçois qu'un plan, primitivement confondu avec le cadran équinoxial, se détache de celui-ci, en pivotant

autour de la ligne horaire de 4 heures du soir, il est clair que ce plan, dans toutes ses positions, sera symétriquement placé par rapport aux deux nappes du cône, et à tous les plans horaires diamétraux qui les subdivisent en fuseaux. Quand ce plan deviendra tangent à l'une des nappes, il le sera également à l'autre, et les deux génératrices de contact seront dans le même plan horaire perpendiculaire au plan tangent, et complémentaire de la ligne horaire de 4 heures sur l'équinoxiale. Nous pouvons donc en conclure que tout plan tangent à la surface conique, suivant une des lignes horaires, passera par la ligne horaire complémentaire du cadran équinoxial, et par le point correspondant de la ligne équinoxiale. Par conséquent, tous les plans tangents aux cônes proposés et normaux au plan horaire de 10 heures du matin, passeront tous par la ligne horaire de 4 heures du soir, sur le cadran équinoxial, et leurs traces sur le cadran passeront toutes par le point de 4 heures sur l'équinoxiale. Donc, comme nous l'avons annoncé, les droites $(4)L$, $(4)L'$ sont des tangentes aux points L et L' .

Par la même raison, les droites $(4)M$, $(4)M'$, $(4)N$, $(4)N'$ sont tangentes aux courbes correspondantes. Et chaque point déjà déterminé donne lieu à une tangente, par sa jonction avec le point complémentaire de la ligne équinoxiale.

Maintenant, si on remarque que toutes ces tangentes, menées à une même courbe, sont les traces des divers plans tangents au cône qui a donné naissance à la courbe que l'on considère, on reconnaîtra à l'instant que deux quelconques de ces tangentes doivent se couper suivant la ligne horaire moyenne de celles qui passent par les points de contact; par la raison que les deux plans tangents qui passent par ces droites se coupent suivant le plan horaire qui divise en deux parties égales celui que forment les plans horaires passant par les génératrices de contact. Cette remarque est fort avantageuse, en ce qu'elle fournit un moyen de construire ces tangentes, quand leur point de concours sur l'équinoxiale est trop éloigné; en outre elle permet de vérifier les constructions, et de rectifier les petites erreurs de dessin.

Mais nous pouvons encore tirer un nouveau profit des lignes

horaires complémentaires, en déduisant de leur emploi un nouveau moyen de déterminer par points les courbes des signes. En effet, nous avons vu que le plan tangent à un de nos cônes, suivant une ligne horaire, passait par la ligne horaire complémentaire du cadran équatorial : cette dernière droite est d'ailleurs perpendiculaire au plan horaire de la génératrice de contact. Or, si nous faisons tourner le plan tangent autour de sa trace sur l'équatorial, de façon qu'il pénètre dans le cône, il coupera celui-ci suivant deux génératrices, mais il demeurera toujours perpendiculaire au plan horaire de la génératrice de contact ; et par conséquent ses intersections avec le cône, seront situées dans deux plans horaires équidistants de celui de la génératrice de contact.

Ainsi, l'on voit que le plan passant par les deux génératrices de 9 et 11 heures du matin, par exemple, passe par la ligne de 4 heures de l'équatorial, aussi bien que le plan tangent suivant la génératrice de 10 heures ; il en est de même du plan passant par les génératrices de 8 heures et midi, et de celui qui contient les génératrices de 7 heures et une heure après-midi, etc. Maintenant tous ces plans, le cône et l'équatorial, venant à être coupés par le cadran, il ne reste de tous ces plans que des droites, concourant toutes à un même point de la ligne équinoxiale. Ces droites sont des sécantes de la section conique, dont les points de rencontre avec celle-ci sont distribués sur des lignes horaires correspondantes à des temps équidistants de la ligne horaire complémentaire du point concours. Donc les droites QQ' , aR' , TT' etc., iront toutes concourir au point 4 de la ligne équinoxiale, aussi bien que la tangente (4)L.

Il est visible qu'on déduit de cette remarque un moyen de déterminer les courbes par points, car en joignant les droites (4)T, (4)a, (4)Q etc., les points T', R', Q' etc., appartiendront à la section conique. Par conséquent, un seul point de la courbe servira à en déterminer un second, puis un troisième, et enfin, il nous en fournira autant que de lignes horaires. Cette manière d'opérer a même cela d'avantageux que l'on peut choisir ces recoupements, de manière que les intersections s'opèrent suivant des angles très-voisins de l'angle droit : ce qui donne à la construction une grande précision.

La planche VIII, qui a servi d'aide aux explications précédentes, représente un cadran symétrique par rapport à la méridienne : cette ligne coïncide ici avec la soustylaïre. Mais il est bien entendu que ces considérations sont entièrement indépendantes de cette particularité, dont nous ne nous sommes nullement occupé. Aussi, les constructions indiquées sont-elles applicables à un cadran quelconque : les seuls éléments qui les déterminent sont les lignes horaires, l'équinoxiale, et enfin un seul point de chacune des sections coniques.

Il serait superflu d'étendre davantage ces considérations ; persuadé qu'avec ce qui précède on possédera la clé de tous les problèmes de la gnomonique, et que des développements plus étendus, n'auraient pour effet que de donner une apparence compliquée, à un art fait pour demeurer simple par sa nature.

DEUXIÈME NOTE.

SUR LE TEMPS VRAI, LE TEMPS MOYEN ET L'ÉQUATION DU TEMPS.

La révolution diurne de la sphère étoilée est le plus régulier de tous les mouvements célestes. Une bonne horloge, réglée sur les étoiles, ne varie jamais, et accuse toujours une durée parfaitement égale entre deux retours consécutifs d'une même étoile au méridien. Il n'en est pas de même du Soleil, comme nous l'avons vu, et la comparaison de l'un et de l'autre mouvement, montre que le jour solaire est plus long que le jour sidéral de 4 minutes, à peu près. C'est la conséquence du mouvement propre du Soleil, qui se transporte constamment dans le Ciel de l'Occident en Orient, en sens contraire du mouvement diurne. Il résulte de là que si, par le centre du Soleil, on fait passer un méridien céleste à l'instant de midi, le lendemain, quand les étoiles situées sous ce cercle passeront au même méridien, il se sera écoulé un jour sidéral; mais le Soleil ayant progressé d'un degré environ vers l'orient, il faudra encore quelques instants pour que son centre parvienne au méridien, et donne le midi vrai. Cette durée est exprimée par le petit arc de l'équateur céleste compris entre les deux méridiens de la sphère qu'occupait le Soleil, ces deux jours consécutifs, à l'instant du midi vrai. C'est ce petit arc qui devra traverser le méridien du lieu, pour compléter la durée du jour solaire; or, cet arc n'embrasse pas la même étendue à toutes les époques, à cause des diverses circonstances du mouvement annuel.

Et d'abord, supposons le mouvement du Soleil entièrement régulier dans le plan de l'écliptique; nous reconnaitrons que

cette condition ne suffirait pas pour rendre sa marche uniforme dans le sens horaire, et déterminer l'égalité des jours. En effet, considérons ce qui se passe par l'effet de l'obliquité de l'écliptique sur l'équateur. A l'équinoxe, époque où le Soleil traverse l'équateur en formant avec lui un angle de $23^{\circ} 27'$, si, par les extrémités d'un petit arc, d'un degré, par exemple, compté sur l'écliptique, on fait passer deux méridiens, ils embrasseront sur l'équateur un arc moindre qu'un degré; mais si, au solstice, nous projetons de même un degré de l'écliptique sur l'équateur, cette projection sera plus grande que le degré. Dans le premier cas, le rapport du petit arc à sa projection sera celui du rayon au cosinus de l'obliquité; dans le second cas, le rapport est précisément inverse. Ainsi, en admettant que le mouvement annuel du Soleil fut uniforme dans son orbite, et que son mouvement journalier fut constamment égal à son moyen mouvement, c'est-à-dire, à $59' 8'' 55'''$, la projection de cet arc sur l'équateur serait tantôt plus grande, tantôt moindre qu'un degré, et le jour solaire excéderait la durée du jour sidéral, tantôt plus, tantôt moins de $\frac{1}{4}$ minutes de temps.

Mais l'irrégularité du mouvement propre vient se combiner avec les effets de l'obliquité, et apporter une nouvelle complication dans l'inégalité des jours solaires. C'est vers le 4^{er} janvier que ce mouvement est le plus rapide, et six mois après, il atteint son minimum de célérité, on peut suivre les différents états de cette vitesse journalière du mouvement propre du Soleil, en jetant un coup-d'œil sur la première colonne de l'éphéméride du Soleil, dans la Connaissance des temps, intitulée *longitude du Soleil*. Ces nombres expriment la distance où le Soleil est parvenu, chaque jour, à l'heure où il est midi à Paris, distance comptée de l'équinoxe de printemps. En retranchant chacun de ces nombres du suivant, on aurait le chemin fait chaque jour, et on reconnaîtrait que la vitesse propre du Soleil dans le ciel varie entre $1^{\circ} 4' 11''$, qui est son maximum, et $57' 41'' 50'''$, son minimum. On sait que le Soleil est *périgée* dans le premier cas, et *apogée* dans le second, c'est-à-dire, le plus rapproché ou le plus éloigné de la Terre. Le Soleil décrit annuellement une ellipse dont

la Terre occupe le foyer ; et c'est en passant aux extrémités du grand axe de son orbite, que le Soleil atteint les limites extrêmes de sa vitesse propre ; sa plus grande accélération ayant lieu au périée, et la moindre vitesse à l'apogée. Remarquons encore qu'à distance égale du périée, avant et après le passage du Soleil en ce point, la vitesse est la même, et que toutes les circonstances de son mouvement sont exactement symétriques des deux côtés du grand axe de l'orbe solaire.

Dans l'usage de l'astronomie, il est avantageux de substituer aux mouvements irréguliers des astres, les mouvements uniformes qui en approchent le plus, sauf à tenir compte après de la distance qui existe entre l'hypothèse et la réalité. Cette distance est ce qu'on nomme *équation*, dans le langage astronomique, parce que c'est en effet ce dont il faut corriger le résultat, pour le rendre égal à la réalité. Quant à la fiction d'uniformité, elle donne naissance aux *moyens mouvements*, qui sont, en quelque sorte, le fondement des calculs astronomiques.

C'est ainsi que, dans la question qui nous occupe, les astronomes ont comparé le mouvement irrégulier du Soleil à celui d'un second soleil, qui, se mouvant d'une vitesse uniforme autour de la Terre, parcourrait le cercle entier de l'écliptique, dans le même temps que le vrai soleil, en partant, en même temps que lui, du périée de son orbite. Il est évident que ces deux soleils se rencontreraient encore à l'apogée, et qu'ils continueraient ainsi de se mouvoir, en se rencontrant tous les six mois sur le grand axe de l'orbite solaire. Dans l'intervalle, chacun des deux soleils devancera l'autre à son tour, l'un précédant l'autre pendant six mois, et le suivant les six autres mois. Ainsi, le vrai soleil devancera le fictif, en quittant le périée, et le précédera jusqu'à l'apogée ; là il sera rejoint, puis dépassé par l'astre fictif, qui conservera à son tour l'avance jusqu'au périée. La vitesse journalière de ce second soleil s'obtiendra, en divisant 360° par $565^h\ 5^h\ 48' 48''$, durée de l'année exprimée en jours moyens, et nous obtiendrons ainsi au quotient $59' 8'' 33'''$, pour le *moyen mouvement journalier du Soleil*. Cette quantité, multipliée par le temps écoulé depuis l'équinoxe, donnerait

la longitude de notre second soleil, ou la longitude moyenne du Soleil, à laquelle il faudrait ajouter la distance qui le sépare du vrai soleil, pour avoir la longitude de celui-ci. Cette distance est ce qu'on nomme *l'équation du centre*. Elle joue un grand rôle dans la détermination de l'orbite solaire, et nous allons en avoir besoin plus loin; aussi nous allons la calculer.

Le 1^{er} janvier, les deux soleils partent ensemble du périhélie; mais le véritable dépasse aussitôt le fictif, et la distance qui les sépare dès-lors, va constamment en augmentant, jusqu'à ce qu'enfin le vrai soleil, dont la vitesse décroît jusqu'à l'apogée, n'ait plus que la vitesse même du second soleil. Alors l'équation du centre atteint son maximum; pendant quelques jours elle reste à peu près invariable, comme si les deux soleils se suivaient avec la même vitesse. Enfin, elle décroît et devient nulle à l'apogée. Un petit calcul d'analyse montre que le maximum de l'équation du centre a lieu près des extrémités du petit axe de l'orbite solaire.

Cela posé, prenons dans la *Connaissance des temps* la longitude du Soleil, 90 jours avant et après le 1^{er} janvier 1840, à midi; nous trouvons que le 2 octobre 1839, la longitude est de $188^{\circ} 55' 29''$, 5, et que le 30 mars suivant, elle est de $9^{\circ} 51' 21''$, 9; retranchons la première de 560° , pour avoir la distance du Soleil à l'équinoxe, et ajoutons le reste $171^{\circ} 24' 30''$, 5, à la longitude du 30 mars, et la somme $181^{\circ} 16' 0''$, 4, sera le mouvement du Soleil en longitude les 180 jours qui séparent les deux époques. Or, le mouvement moyen dans le même temps serait $59' 8'' 83''' \times 180$, ou $177^{\circ} 24' 59''$, 4, et sa différence avec le mouvement vrai est $3^{\circ} 51' 1''$, 50, égale au double de l'équation du centre. Donc l'équation du centre maximum est $1^{\circ} 55' 30''$, 50 (*).

On voit bien pourquoi cette différence est le double de

(*) Ce résultat diffère très peu de celui auquel on parviendrait par un calcul rigoureux : il suffit bien pour faire connaître l'esprit de la méthode. D'ailleurs, il nous serait impossible d'entrer dans plus de détails sans sortir des bornes que nous nous sommes assignées.

l'équation du centre ; c'est parce que , tout étant symétrique des deux côtés du périée , les deux portions du soleil vrai , embrassant de part et d'autre celles du soleil fictif ; que les distances sont égales de part et d'autre , et que par suite , la distance qui sépare les positions internes du soleil fictif , étant retranchée de celle qui existe entre les positions homologues du vrai soleil , le reste est évidemment le double de l'un des écarts ou de l'équation du centre.

Pour faire disparaître toute irrégularité dans la mesure du temps , les astronomes ont imaginé d'en régler le cours sur celle d'un troisième soleil , se mouvant dans l'équateur avec une vitesse uniforme , et ils ont rattaché la marche de ce nouvel astre fictif à celle du vrai soleil , par l'intermédiaire du premier soleil fictif , que nous avons déjà considéré. Le nouvel astre fictif est subordonné au précédent , comme celui-ci l'est au Soleil lui-même. La condition de leur dépendance est que dans leur mouvement uniforme , ils se croiseront simultanément aux points équinoxiaux. Ainsi , tandis que le premier de nos astres auxiliaires régularise le mouvement annuel , en venant se confondre , deux fois par an avec le vrai soleil , sur la ligne des apsides ; le second régularise le mouvement diurne , et donne naissance à un jour d'une durée invariable. C'est là ce qu'on nomme *le jour et le temps moyens*. Nous pouvons désigner l'astre sur lequel nous le réglons , sous le nom de *soleil moyen*.

Les deux soleils fictifs que nous considérons ne se rencontrent pas seulement aux équinoxes , ils passent encore sous le même méridien aux solstices , parce que dans leur mouvement uniforme , ils arrivent en même temps à 90 degrés de l'équinoxe , et que là ils se trouvent placés sur un même grand cercle perpendiculaire à la fois à l'écliptique et à l'équateur , par conséquent sous le même méridien. Donc ces deux soleils arrivent quatre fois par an sous le même méridien , savoir : celui des équinoxes et celui des solstices qui subdivisent leur parcours en quatre cadrans. Dans chacun des cadrans , il arrive que les deux astres fictifs se devancent successivement ; le soleil moyen devancera l'autre en quittant les équinoxes , et le suivra après les solstices.

Ne perdons pas de vue que nous voulons comparer la marche du vrai soleil, qui exprime le temps vrai, avec celle du soleil moyen qui marque le temps moyen. Mais, avant d'y arriver, complétons la relation qui lie les deux soleils fictifs, en déterminant le maximum de l'écartement qui peut exister entre leurs méridiens respectifs.

Puisque l'arc parcouru par les deux soleils, dans le même temps, est le même, et que la distance d'un astre à l'équinoxe comptée sur l'équateur, est ce qu'on nomme son ascension droite; il s'ensuit que la longitude du premier soleil fictif est sans cesse égale à l'ascension droite du second, ou du soleil moyen; et par suite, que la différence entre l'ascension droite et la longitude du premier soleil fictif, n'est autre que la distance qui sépare les méridiens de ces deux soleils. Il suffit donc, en d'autres termes, de déterminer le maximum de la différence qui existe entre la longitude et l'ascension droite moyennes du Soleil, supposé se mouvoir avec la vitesse de $59' 8'' 33'''$ par jour. Par ce calcul fort simple, que nous nous contentons d'indiquer, on trouve que le maximum d'écartement des deux astres fictifs est de $2^{\circ} 28' 24''$, et que cet écartement a lieu quatre fois par an.

Il faut enfin comparer cette dernière quantité à l'équation du centre. La comparaison va nous démontrer que cette valeur projetée sur l'équateur, ne peut produire en ascension droite un écartement aussi grand que celui auquel atteint la distance entre les deux soleils fictifs. En effet, si la plus grande équation du centre avait lieu à l'instant du solstice, auquel cas sa projection sur l'équateur serait la plus augmentée, il faudrait, pour obtenir celle-ci, diviser la plus grande équation du centre par le cosinus de l'obliquité de l'écliptique, ce qui donnerait pour son maximum en ascension droite $2^{\circ} 5' 49''$. Ce résultat est moindre que le précédent, et cependant nous l'avons exagéré en supposant contrairement à la réalité que l'époque de la plus grande équation du centre coïncidait avec le solstice. Aussi sommes-nous bien certains que toujours la plus grande équation du centre produira une moindre différence en ascension droite que l'écartement des deux soleils fictifs.

Après avoir comparé successivement le vrai soleil au premier soleil fictif, puis celui-ci au soleil moyen, nous allons enfin comparer, pour ainsi dire, l'allure du vrai soleil à celle du soleil moyen. Le premier est le régulateur naturel du temps vrai, qu'il exprime au moyen du cadran solaire; par une convention consacrée, le second règle le temps moyen, et par suite celle des horloges. La différence qui existe entre les deux est ce qu'on nomme *l'équation du temps*. Or, par une propriété curieuse, *l'équation du temps devient nulle quatre fois par an*.

Mettons en mouvement nos trois soleils, et admettons que chacun entraîne avec lui son méridien; nous dirons que deux de ces soleils se rencontrent quand leurs méridiens viennent à coïncider. En effet, quand le vrai soleil et le soleil moyen coïncideront sous le même méridien, l'heure vraie sera la même que l'heure moyenne, et l'équation du temps sera nulle. Désignons par S'' et S''' les deux astres fictifs que nous avons successivement considérés, et par S' le vrai soleil; les deux premiers S'' et S''' partent ensemble de l'équinoxe d'automne en se dirigeant vers le périégée. Le vrai soleil est alors derrière eux, car il est précédé par S' jusqu'au périégée. Voyons maintenant dans quel ordre s'exécute la marche de ces astres (*).

Jusqu'au solstice d'hiver, S''' précède S'' , et S'' précède S' ; leur ordre est donc S', S'', S''' , jusqu'au solstice d'hiver. Au solstice, S'' rejoint S''' , ensuite le dépasse, ce qui donne l'arrangement S', S''', S'' ; mais au périégée, S' rejoint S'' , et ensuite le précède. Pour cela il faut que S' et S''' se rencontrent dans l'intervalle. La marche des trois astres devient alors S''', S'', S' . Ainsi entre le solstice d'hiver et le périégée, le méridien du vrai soleil S' rencontre le soleil moyen S''' , et l'équation du temps devient nulle.

Depuis le périégée jusqu'à l'équinoxe du printemps, S' devance S'' ; et S'' devance S''' ; il ne se fait donc pas de rencontre dans l'intervalle. A l'équinoxe du printemps, S'''

(*) Ce passage est extrait de l'astronomie physique de Biot, où il est présenté avec une clarté parfaite.

rejoint S'' , ensuite le dépasse, et l'ordre des trois astres devient S'' , S''' , S' ; mais S''' ne peut pas rester longtemps compris entre les deux autres; car, dans chaque quart de cercle, l'écart de S''' et S'' va jusqu'à $2^{\circ} 28' 24''$, comme on l'a vu; tandis que l'écart de S' et S'' ne s'élève dans l'écliptique qu'à $1^{\circ} 55' 50''$, et ne peut jamais en aucune circonstance excéder $2^{\circ} 5' 49''$. On conçoit donc qu'après l'équinoxe du printemps et avant le solstice d'été, il doit arriver un moment où le soleil moyen S''' atteint le méridien de S' . Alors l'équation du temps est nulle pour la seconde fois.

De là, en allant vers le solstice d'été, la marche des trois soleils se fait dans l'ordre S'' , S' , S''' . Au solstice, S'' rejoint S''' , ensuite le dépasse. Cependant S' précède S'' jusqu'à l'apogée; par conséquent, le méridien de S' rencontre encore, avant le solstice d'été, le soleil moyen S''' , et l'équation du temps est nulle pour la troisième fois.

Depuis le solstice d'été jusqu'à l'apogée, la marche des trois astres se fait dans l'ordre S''' , S'' , S' ; à l'apogée, S'' atteint S' , ensuite le dépasse jusqu'au périhélie, ce qui donne l'arrangement S''' , S' , S'' . Or, à l'équinoxe d'automne, S''' rejoint S'' ; par conséquent il rencontre dans l'intervalle le méridien de S' , et l'équation du temps devient nulle une quatrième fois.

Alors l'ordre des trois soleils redevient S' , S'' , S''' , et les mêmes apparences se reproduiront dans le même ordre à chaque révolution.

On voit par ce simple exposé, qu'en vertu de l'obliquité de l'écliptique, combinée avec le mouvement inégal du Soleil, l'équation du temps devient nulle quatre fois dans l'année; savoir: une fois entre le solstice d'hiver et le périhélie, deux fois entre l'équinoxe du printemps et le solstice d'été, et une dernière fois entre l'apogée et l'équinoxe d'automne. On voit aussi que les époques de ces phénomènes varient avec la position du grand axe de l'orbite solaire. Présentement elles se trouvent placées vers les 24 décembre, 15 avril, 15 juin et 31 août. En général, on conçoit que le déplacement progressif de ce grand axe doit changer peu

à peu la valeur absolue de l'équation du temps qui convient à chaque longitude du Soleil. Mais les causes qui la rendent nulle doivent avoir leur effet, malgré les faibles variations séculaires ; et si elles peuvent déplacer un peu l'époque des quatre rencontres qui ont lieu chaque année, elles ne peuvent les détruire ni les faire sortir des limites que nous leur avons assignées.

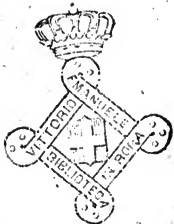


TABLE des valeurs de la réfraction, correspondantes aux différentes hauteurs d'un astre au-dessus de l'horizon.

HAUTEUR APPARENTE.	RÉFRACTION.
0° — 0'	35' — 46"
0 — 30	28 — 52
1 — 0	24 — 21
1 — 38	21 — 2
2 — 0	18 — 22
2 — 30	16 — 13
3 — 00	14 — 28
3 — 30	13 — 1
4 — 00	11 — 48
4 — 30	10 — 47
5 — 00	9 — 54
5 — 30	9 — 9
6 — 0	8 — 30
6 — 30	7 — 56
7 — 0	7 — 25
7 — 30	6 — 58
8 — 0	6 — 54
8 — 30	6 — 13
9 — 0	5 — 54
9 — 30	5 — 56
10 — 00	5 — 20
10 — 30	5 — 5
11 — 00	4 — 52
11 — 30	4 — 40
12 — 00	4 — 28
12 — 30	4 — 17
13 — 00	4 — 7
13 — 30	3 — 58
14 — 00	3 — 50
15 — —	3 — 54
16 — —	3 — 20
17 — —	3 — 8
18 — —	2 — 58
19 — —	2 — 47
20 — —	2 — 39

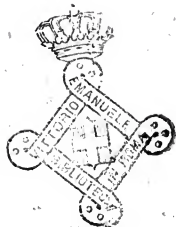


TABLE DES MATIÈRES.

NOTIONS PRÉLIMINAIRES.

CHAPITRE I^{er}.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

1. En gnomonique, on considère les mouvements apparents du Soleil comme réels, et on suppose la Terre immobile.
2. Mouvement horaire et angle horaire du Soleil.
3. Toute parallèle à l'axe du monde menée en un point quelconque de la Terre, peut être considérée comme étant l'axe lui-même.
4. Ce qu'on entend par style, méridienne, angle horaire du Soleil.
5. Lignes horaires. — Cadran solaire.
6. L'ombre du style détermine le plan horaire et l'heure.
7. Lignes horaires indiquant les demi-heures et les quarts.

CHAPITRE II.

TRACÉ DES DIFFÉRENTS CADRANS EN USAGE.

Cadran équinoxial.

8. Définition du cadran équinoxial ou équatorial.
9. Son tracé.
10. Cadran équinoxial à deux faces.
11. Cadran équinoxial à style mobile.
12. Le cadran équinoxial sert à tracer tous les autres.
13. Moyen à employer.

Cadran horizontal.

14. Son tracé.
15. Ce qu'on nomme sommet du style, son pied; ligne équinoxiale d'un cadran.

16. Différents moyens de construire les lignes horaires de 7 et 8 heures du matin.
17. Solution de ce problème général : les lignes horaires correspondantes à un quart du jour étant tracées sur un cadran quelconque, en déduire toutes les autres lignes horaires.
18. Un cadran horizontal construit pour une latitude déterminée, peut être employé par toute autre latitude, pourvu qu'on l'incline convenablement.
19. Remarques sur les lignes horaires.
20. Moyen simple de poser un cadran horizontal.
21. Différentes formes données au style.
22. Différentes formes et dimensions à donner aux piédestaux.

Cadran vertical.

23. Cadran oriental ou occidental, méridional ou septentrional. — Cadrans déclinants. — Ce qu'on entend par la déclinaison d'un cadran. — Cadrans sans déclinaison.
24. Leur tracé peut se faire comme celui d'un cadran horizontal, pour une latitude complémentaire. — Cas général. — Application au tracé d'un cadran vertical sur un mur qui décline à l'est de $27^{\circ} 30'$, dans un lieu dont la latitude est $49^{\circ} 7'$.
25. Connaissant la hauteur du style et la déclinaison du cadran, tracer la méridienne.
26. Déterminer le centre du cadran.
27. Tracer la soustylaire et l'équinoxiale.
28. Tracer les lignes horaires.
29. Limite des lignes horaires.

CHAPITRE III.

COURBES D'OMBRE OU DE DÉCLINAISON, ARCS DES SIGNES DU ZODIAQUE.

30. Leur utilité dans la pratique.
31. Leur génération.
32. Dans les constructions graphiques, on peut les considérer comme des sections coniques, sans erreur sensible.
33. Signes du Zodiaque. — Ce qu'on entend par courbes des signes.
34. Les signes ne sont pas la même chose que les constellations.
35. Trigone des signes.
36. Il a, dans le tracé des courbes de déclinaison, la même utilité que le cadran équinoxial dans le tracé des lignes horaires.

- 37. Propriétés de la soustylaire.
- 38. La nature des courbes d'ombre dépend de la déclinaison du Soleil, comparée à l'inclinaison du cadran sur l'axe du monde.
- 39. Apparences que produisent ces courbes dans les différentes régions de la terre. — Zone glaciale. — Zone torride — Zone tempérée.
- 40. Les courbes des signes forment, deux à deux, les deux branches d'une même hyperbole.
- 41. Cas où la soustylaire se confond avec la méridienne.
- 42. Tracé des courbes des signes dans le cadran horizontal. — Angle du style avec les lignes horaires. — Construction des courbes par points. — Simplification.
- 43. Même tracé sur le cadran vertical déclinant. — Théorème de Quetelet. — Son application pour trouver les foyers de l'hyperbole.
- 44. Tracé de l'hyperbole d'un mouvement continu.

CHAPITRE IV.

DÉTERMINAISON GRAPHIQUE DE TOUS LES ÉLÉMENTS NÉCESSAIRES AU TRACÉ DES CADRANS.

1^{re} SECTION.

- 45. Tracé de la méridienne horizontale par la méthode des ombres correspondantes.
- 46. Manière de procéder.
- 47. Le procédé n'est rigoureux qu'aux solstices.
- 48. Effet du changement en déclinaison pendant la durée d'un jour.
- 49. Détermination de la latitude du lieu par l'ombre méridienne.
- 50. Il suffit d'y employer l'ombre minimum.
- 51. Gnomon provisoire ou faux style, conseillé par de La Prise. — Détermination du point d'ombre.

2^e SECTION.

De la Pénombre.

- 52. Sa cause et ses effets.
- 53. Ses dimensions. — Lequel des bords doit-on considérer? — Nécessité d'une correction à faire aux ombres observées, pour les réduire au centre du Soleil.
- 54. L'effet du diamètre solaire est de raccourcir les ombres. — Correction du demi-diamètre. — Ce qu'on entend par une ombre corrigée.

55. Effet de la réfraction. — Seconde correction à faire subir aux ombres. — Sa valeur.
56. Manière de réunir les deux corrections en une, et de l'effectuer simplement.

3^e SECTION.

Remarques sur les formes et dimensions du style.

57. Plaques métalliques percées d'un orifice. — Dimensions admises d'une manière empirique non justifiées par la théorie.
58. Apparences des faisceaux lumineux qui traversent de petits orifices.
59. Théorie des orifices capillaires en mince paroi. — Images produites sur un écran normal à l'axe du faisceau. — Idem sur un écran qui le coupe obliquement, direction des axes de l'ellipse lumineuse.
60. Orifices linéaires. — Rectilignes. — Quelconques. — Génération du faisceau lumineux.
61. Discussion sur la forme des images lumineuses, eu égard aux différentes formes et positions des orifices.
62. Cas particulier d'un très-petit orifice. — Ses formes disparaissent dans l'image produite. — Les images sont sensiblement des cercles ou des ellipses. — Ce sont des croissants par les éclipses de Soleil. — Moyen que l'on en déduit pour mesurer le diamètre apparent du Soleil.
63. Conditions d'exactitude. — Démonstration de cette règle, contraire à ce qui se pratique, que la meilleure disposition à donner à une plaque gnomonique, consiste à la poser toujours parallèlement à la surface du cadran.
64. Si, dans une surface qui projette une ombre, on change le vide en plein et le plein en vide, les deux bords de la pénombre demeurent invariables; mais la lumière pure se changera en ombre pure et réciproquement : la pénombre ne sera que retournée.
65. Le diamètre de l'orifice doit croître proportionnellement à la hauteur du style.
66. La projection lumineuse de l'orifice doit être une teinte plate. — On approche de ce résultat en adoptant cette règle générale : Le diamètre de l'orifice doit être la 150^e partie de sa distance au point d'ombre le plus voisin.
67. Le diamètre de la plaque doit être le tiers de la hauteur du style.

- 68. Dimension à donner aux boules stylaires.
- 69. Les lignes horaires d'un cadran peuvent se tracer avec le secours de la montre.

4^e SECTION.

Suite des déterminations graphiques.

- 70. Manière de régler la montre au temps vrai sur la méridienne.
- 71. Tracé des lignes horaires avec une montre réglée.
- 72. **PREMIER PROBLÈME** : Connaissant la latitude d'un lieu, déterminer, 1^o la hauteur du Soleil correspondante à une heure quelconque du jour.
- 73. 2^o Au moyen d'une seule ombre observée et corrigée, déterminer l'heure vraie; et par suite, l'avance ou le retard de la montre. — Degré d'exactitude que l'on peut attendre de cette construction.
- 74. 3^o Construire l'azimut du Soleil.
- 75. 4^o En conclure la méridienne, la déclinaison du mur et le centre du cadran.
- 76. 5^o Déterminer l'heure du lever et du coucher du Soleil.
- 77. **DEUXIÈME PROBLÈME** : Déterminer par une construction à quelle heure un mur déclinant commence et cesse d'être éclairé par le Soleil. — *Première solution.*
- 78. *Deuxième solution.*
- 79. **TROISIÈME PROBLÈME**, de La Hire, nommé *problème général* par La Prise : il ne suppose aucune connaissance préliminaire de la latitude du lieu, ni de la déclinaison du Soleil.

Par trois ombres corrigées du même point sur un plan quelconque, construire tous les éléments nécessaires au tracé du cadran. — Le problème est déterminé.

- 80. *Première solution*, de La Prise, par la considération des génératrices égales :
 - 1^o Tracé de la soustylaire.
 - 2^o Détermination de l'angle que forme le cadran avec l'équateur.
 - 3^o Centre du cadran.
 - 4^o Tracé de la méridienne.
 - 5^o Détermination de la latitude.
- 81. *Deuxième solution* : Par les plans bissecteurs des angles formés par les lignes d'ombre :
 - 1^o Détermination du centre du cadran.
 - 2^o Détermination de la déclinaison du Soleil.

82. **QUATRIÈME PROBLÈME** : Problème de La Hire.

Par deux ombres corrigées d'un même point sur un plan quelconque, observées le même jour ou deux jours différents, déterminer tous les éléments du tracé d'un cadran solaire (on suppose connue la déclinaison du Soleil). — Le problème est déterminé.

83. *Première solution*, de La Hire, par les cônes de déclinaison et la recherche de deux sections coniques.

84. *Deuxième solution*, extraite du mémoire de M. Gosselin, sur la Gnomonique. — Plus simple que la précédente. — Fondée sur la substitution de deux sphères aux cônes tangents à l'équateur. — Tracé de l'équinoxiale.

85. Comparaison des deux solutions précédentes.

86. Modification de la construction, dans le cas de trois points d'ombre observés. — Tracé de l'équinoxiale.

87. Inconvénient de la construction de l'équinoxiale par trois points d'ombre.

88. La construction par deux points d'ombre est applicable dans tous les cas. — La soustylaire est déterminable par les ombres correspondantes, comme la méridienne horizontale.

89. Tracé de la soustylaire par les ombres correspondantes.

CHAPITRE V.

DE LA MÉRIDIDIENNE DU TEMPS MOYEN, AUSSI NOMMÉE LEMNISCATE.

90. L'inégalité des jours solaires ne peut pas influencer sur le tracé des cadrans.

91. Comparaison du temps moyen avec le temps vrai.

92. Limite des écarts du temps vrai.

93. *Temps moyen au midi vrai*, et *équation du temps*.

94. Régler la montre sur le temps moyen, connaissant l'équation du temps.

95. Méridienne du temps moyen. — Détermination des points où elle coupe les courbes des signes.

1^{er} *Tableau*. De l'équation du temps pour le jour où le Soleil entre dans chacun des signes du zodiaque.

96. Manière simple de procéder.

97. Détermination des lignes horaires tangentes à la courbe.

2^e *Tableau*. Valeurs maximales de l'équation du temps.

98. Points de contact.

99. Points d'intersection de la méridienne vraie avec celle du temps moyen.

3° Tableau. Des 4 époques où l'équation du temps est nulle.

100. Remarque sur la forme de la méridienne du temps moyen.

101. Détermination des parties de la courbe qui correspondent à chaque mois.

4° Tableau. De l'équation du temps pour le 1^{er} de chaque mois. — Il en résulte 12 nouveaux points de la Lemniscate.

CHAPITRE VI.

PRATIQUE DE LA GNOMONIQUE.

102. Préparation de la surface du cadran. — Repiquage de la muraille.

103. Nature et pose de l'penduit.

104. Peinture et vérification de la surface.

105. Nécessité de faire à l'avance le projet du cadran sur le papier. — Mesure de la déclinaison d'un mur par l'ombre méridienne ou par la boussole.

106. 1° La méridienne dans un cadran déclinant doit se trouver à peu près au milieu de la largeur du cadran.

107. 2° La hauteur du style doit être le quart environ de cette largeur.

108. 3° Toute la partie du tracé qui s'élève au-dessus du plan horizontal passant par le sommet du style doit être supprimée, et limitée à l'horizontale qui résulte de l'intersection de ce plan avec la surface du cadran.

109. Cette horizontale donne l'heure du lever et du coucher du Soleil pour toute la partie de l'année correspondante.

110. On en peut conclure le lever et le coucher pour toute autre époque de l'année.

111. Le style le plus convenable est une plaque disposée parallèlement à la muraille, et supportée par deux ou trois tiges en fer.

112. Scellement des supports.

113. Détermination du pied du style. — Compas gnomonique.

114. Règlement de la montre. — Ombre méridienne. — Précautions à prendre.

115. Tracé de la méridienne avec le fil à plomb.

116. Centre du cadran. — Horizontale passant par le pied du style. — On construit à part la distance du centre du cadran à cette horizontale
117. Tracé des lignes horaires avec la montre.
118. Le projet fait sur le papier servira à compléter le tracé du cadran. — Cependant on construit encore directement l'équinoxiale.
119. On détermine les courbes des signes par abscisses, et ordonnées, au moyen du projet, ainsi que la méridienne du temps moyen.
120. Mise en peinture du tracé. — Règles à suivre :
 - 1° Épaisseur des traits ;
 - 2° Caractère et hauteur des chiffres ;
 - 3° Caractère et hauteur des lettres ;
 - 4° Hauteur à donner aux signes ;
 - 5° Couleur à donner aux signes et à la méridienne du temps moyen ;
 - 6° Rien ne doit figurer hors du cadre.
121. Une aiguille offre moins de précision et de facilité qu'une plaque.
122. Pose de l'aiguille.
123. Aiguilles terminées par une plaque percée.
124. Aiguilles terminées par une flèche ou une boule.
125. Maniement du rapporteur. — Son emploi au tracé d'un angle d'un certain nombre de degrés. — Pratique défec-tueuse.
126. Évaluation d'un angle avec le rapporteur.

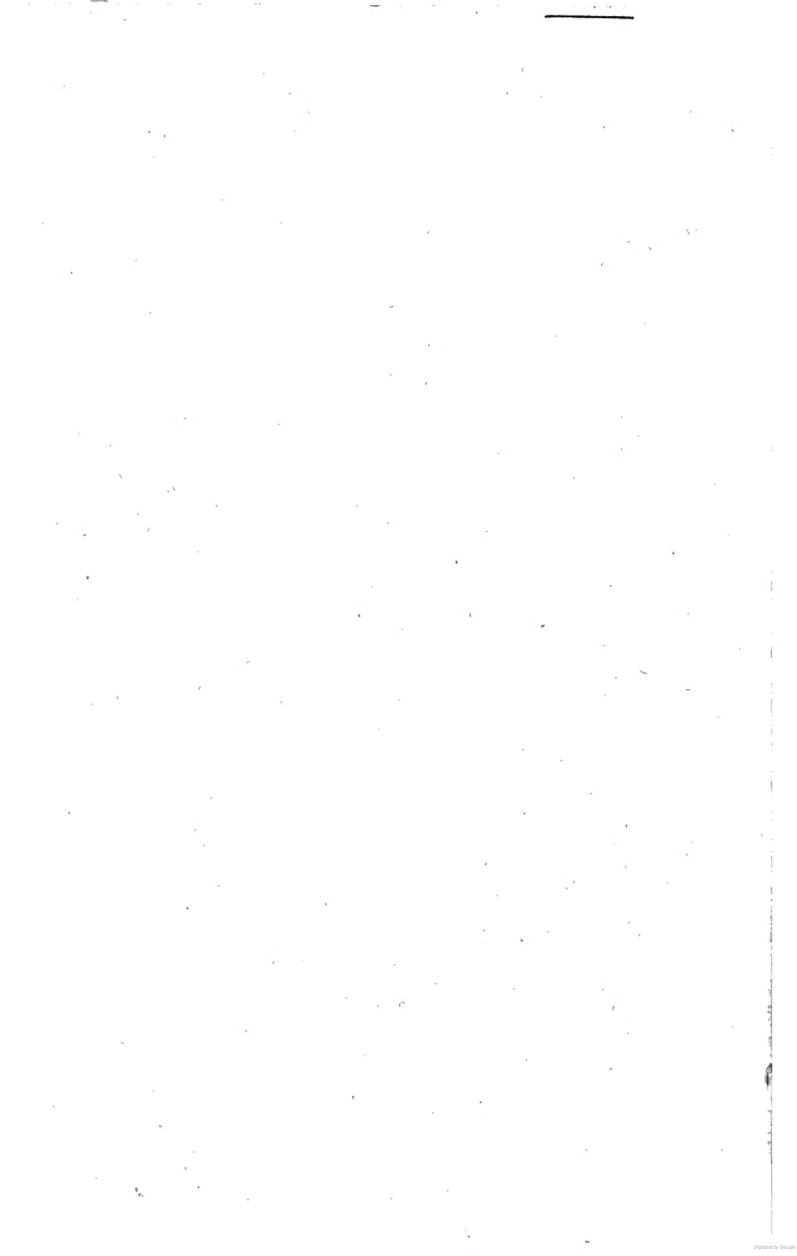
PREMIÈRE NOTE.

Sur quelques propriétés des lignes horaires et des courbes des signes. — Tracé de ces dernières avec la règle.

DEUXIÈME NOTE.

Sur le temps vrai, le temps moyen et l'équation du temps.

Mag 436009



436,009

